

## Miscela di aria e vapore d'acqua (diagramma psicrometrico)

Soluzione analitica se non si ha il diagramma e le tabelle sotto mano

2 descrittori:

- **UMIDITA' RELATIVA ( U.R.) o GRADO IGROMETRICO “ $\phi$ ”.** È quella che viene percepita dal corpo umano e si esprime in **percentuale** (0% a 100%). Formula:

$$\phi = \frac{p_v}{p_{sat}(T)}$$

Dove:

$\phi$  = grado igrometrico [percentuale]

$p_v$  = pressione del vapore [bar] o [Pa]

$p_{sat}$  = pressione di saturazione [bar] o [Pa]

La pressione di saturazione varia con la temperatura; quindi al variare della temperatura varia  $\phi$ .

- **TITOLO DELLA MISCELA.** È il rapporto tra la massa di vapore e la massa di aria secca e si esprime in **kg<sub>v</sub>/kg<sub>a</sub>** (Chilogrammi vapore su chilogrammi aria). Non va confusa però con la frazione massica, in quanto questa è data dal rapporto fra massa di vapore e massa totale. Quindi il titolo della miscela è:

$$x = y = \frac{M_v}{M_{aria-secca}}$$

Dove:

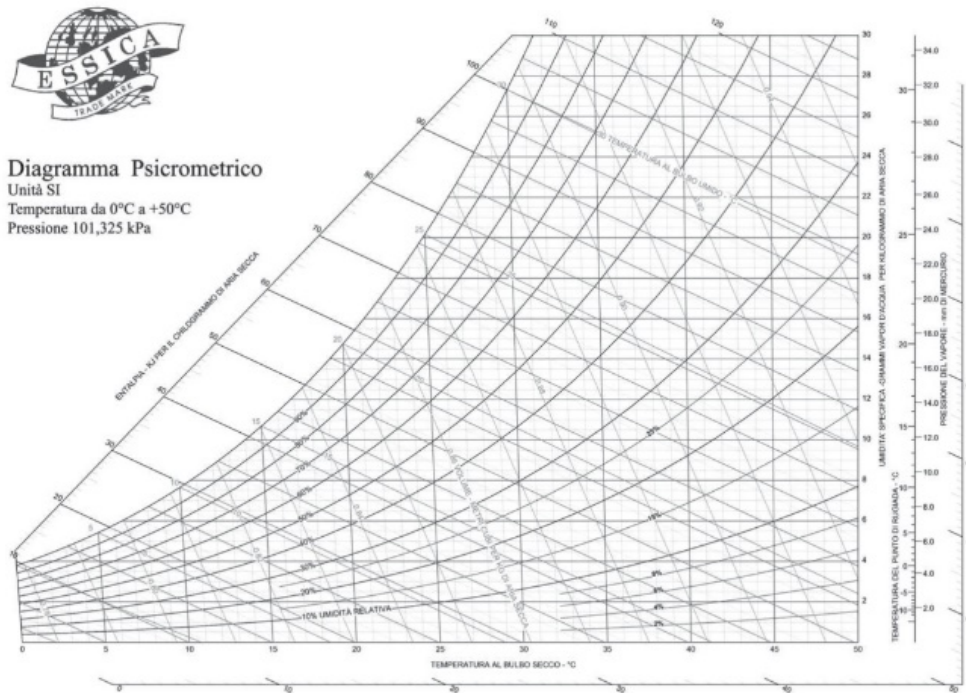
$x = y$  = titolo della miscela [kg<sub>v</sub>/kg<sub>a</sub>]

$M_v$  = massa di vapore [kg<sub>v</sub>]

$M_{aria-secca}$  = massa di aria secca [kg<sub>a</sub>]

Titolo della miscela e grado igrometrico sono legati, come si vede dal **diagramma psicometrico**.

Questo digramma ci mostra la corrispondenza tra una certa temperatura (segnata sulla ascissa), titolo (segnato sulle ordinate) e grado igrometrico, rappresentato dalle curve che mostrano la percentuale di umidità relativa.



Se abbiamo la necessità di ricavare il valore del titolo ad una determinata umidità relativa o viceversa ci avvarremo della teoria termodinamica dei gas perfetti (il vapore nell'aria può essere considerato tale perché ha una pressione molto bassa). Conoscendo la temperatura possiamo ottenere dalle **tabelle del vapore saturo** la corrispondenza tra la data temperatura e la pressione di saturazione del vapore.

Equazione del titolo in funzione del grado igrometrico:

$$x = x(\varphi, T)$$

Quindi una espressione analitica che, noto il grado igrometrico, fornisca il titolo. Sarà sempre necessario conoscere la temperatura.

Per sviluppare questo legame analitico parto dalla definizione di titolo della miscela e dall'equazione di stato dei gas perfetti per l'aria e per il vapore in essa contenuto. L'ipotesi di una miscela di gas perfetti è che **ogni gas costituente la miscela ignora la presenza dell'altro e ubbidisce autonomamente all'equazione di stato dei gas perfetti (senza interazioni fisiche o chimiche)**. Nel caso di aria e vapore questa ipotesi è lecita. Quindi si può **scrivere l'equazione di stato dei gas perfetti due volte:**

- Per l'aria secca:  $P_a \cdot V = M_a \cdot R_a \cdot T$

Dove:

$P_a$  = pressione dell'aria secca [bar] o [Pa]

$M_a$  = massa dell'aria secca [kg]

$V$  = volume [m<sup>3</sup>]

$$R_a = \text{costante specifica aria [J/kg K]} = \frac{R_u}{M_a} = \frac{8314}{29} = 286,68 \text{ [J/kg]}$$

T = temperatura [K]

- **Per il vapore:**  $F_v \cdot V = M_v \cdot R_v \cdot T$

Dove:

$P_v$  = pressione del vapore [bar] o [Pa]

$M_v$  = massa del vapore [kg]

V = volume [m<sup>3</sup>]

$$R_v = \text{costante specifica vapore [J/kg K]} = \frac{R_u}{M_v} = \frac{8314}{18} = 461,89 \text{ [J/kg]}$$

T = temperatura [K]

**Volume (V) e Temperatura (T) saranno uguali per entrambe le equazioni,** quindi volendo esprimere il titolo, che è il rapporto fra la massa di vapore e la massa di aria:

$$x = x(\varphi, T) = \frac{M_v}{M_a}$$

Ricavo dalle equazioni dei gas perfetti la massa dell'aria e del vapore:

$$P_a \cdot V = M_a \cdot R_a \cdot T \rightarrow M_a = \frac{p_a \cdot V}{R_a \cdot T} \quad P_v \cdot V = M_v \cdot R_v \cdot T \rightarrow M_v = \frac{p_v \cdot V}{R_v \cdot T}$$

Li sostituisco alle  $M_v$  e  $M_a$  dell'equazione del titolo:

$$x = y = \frac{M_v}{M_a} = \frac{\left(\frac{p_v \cdot V}{R_v \cdot T}\right)}{\left(\frac{p_a \cdot V}{R_a \cdot T}\right)}$$

Volume e temperatura si annullano essendo sia sopra che sotto il rapporto:

$$x = y = \frac{M_v}{M_a} = \frac{\left(\frac{p_v \cdot V}{R_v \cdot T}\right)}{\left(\frac{p_a \cdot V}{R_a \cdot T}\right)} = \frac{F_v}{F_a} \cdot \frac{R_a}{R_v}$$

Calcolando il rapporto fra la costante dell'aria e del vapore ( $R_a/R_v=0.622$ ) si ha:

$$x = y = \frac{M_v}{M_a} = \frac{\frac{p_v \cdot V}{R_v \cdot T}}{\frac{p_a \cdot V}{R_a \cdot T}} = \frac{F_v}{F_a} \cdot \frac{R_a}{R_v} = \frac{F_v}{F_a} \cdot 0,622$$

Dunque, a parte il fattore costante pari a 0,622, il titolo è funzione del rapporto fra pressioni parziali del vapore e dell'aria secca. La pressione parziale del vapore  $p_v$  può essere espressa in funzione del grado igrometrico, partendo dalla definizione di quest'ultimo:

$$\varphi = \frac{p_v}{p_{\text{sat}}(T)}$$

Quindi basta scrivere la pressione parziale del vapore in funzione del grado igrometrico:

$$p_v = \varphi \cdot p_{\text{sat}}(T)$$

E sostituirlo all'equazione del titolo che si stava calcolando:

$$x = y = \frac{M_v}{M_a} = \frac{\frac{p_v \cdot V}{R_v \cdot T}}{\frac{p_a \cdot V}{R_a \cdot T}} = \frac{p_v}{p_a} \cdot \frac{R_a}{R_v} = \frac{p_v}{p_a} \cdot 0,622 = \frac{\varphi \cdot p_{\text{sat}}(T)}{p_a} \cdot 0,622$$

Adesso **manca da definire la pressione dell'aria**. Noi conosciamo la pressione totale, che è la pressione atmosferica, ed è circa 1,013 bar:

$$p_{\text{tot}} = p_{\text{atmosferica}} = 1,013 \text{ bar} \quad \text{al livello del mare}$$

La pressione parziale dell'aria la posso ricavare per differenza dalla pressione totale, come definito dalla **LEGGE DI DALTON**:

$$p_{\text{tot}} = p_a + p_v$$

Quindi:

$$p_a = p_{\text{tot}} - p_v$$

Avendo calcolato precedentemente la pressione del vapore come prodotto fra grado igrometrico e pressione di saturazione in funzione della temperatura si può scrivere:

$$p_a = p_{\text{tot}} - \varphi \cdot p_{\text{sat}}(T)$$

**Titolo in funzione del grado igrometrico:**

$$x = y = 0,622 \cdot \frac{\varphi \cdot p_{\text{sat}}(T)}{p_{\text{tot}} - \varphi \cdot p_{\text{sat}}(T)}$$

Questa formula consente, **nota l'umidità relativa e noto  $\varphi$  di calcolare il titolo della miscela  $y$** , che resterà costante durante i processi di raffreddamento e riscaldamento.

Se invece **conoscessi il titolo  $y$**  ( o  $x$  ) anziché il grado igrometrico  $\varphi$  è più complicato in quanto, facendo la formula inversa, mi trovo l'incognita 2 volte. Quindi procedo in questo modo:

Innanzitutto prendo il denominatore e lo porto al primo membro:

$$(p_{tot} - \varphi \cdot p_{sat}(T)) \cdot y = 0,622 \cdot \varphi \cdot p_{sat}(T)$$

Sviluppo il prodotto con  $y$ :

$$y \cdot p_{tot} - y \cdot \varphi \cdot p_{sat}(T) = 0,622 \cdot \varphi \cdot p_{sat}(T)$$

Riporto il secondo termine con l'incognita  $\varphi$  al secondo membro:

$$y \cdot p_{tot} = 0,622 \cdot \varphi \cdot p_{sat}(T) + y \cdot \varphi \cdot p_{sat}(T)$$

$$y \cdot p_{tot} = 0,622 \cdot \varphi \cdot p_{sat}(T) + y \cdot \varphi \cdot p_{sat}(T)$$

Avendo  $\varphi$  in entrambi i termini si può raccogliere a fattore comune:

$$y \cdot p_{tot} = \varphi (0,622 \cdot p_{sat}(T) + y \cdot p_{sat}(T))$$

Ora  $\varphi$  è facilmente isolabile:

$$\varphi = \frac{y \cdot p_{tot}}{0,622 \cdot p_{sat}(T) + y \cdot p_{sat}(T)}$$

**Questa è la formula inversa** che permette di passare dalla conoscenza del titolo  $y$  ( o  $x$  ) alla conoscenza dell'Umidità Relativa o Grado Igrometrico  $\varphi$ .

## ESEMPIO: CALCOLI IGOMETRICI

Temperatura = 22°C

Umidità Relativa = 75%

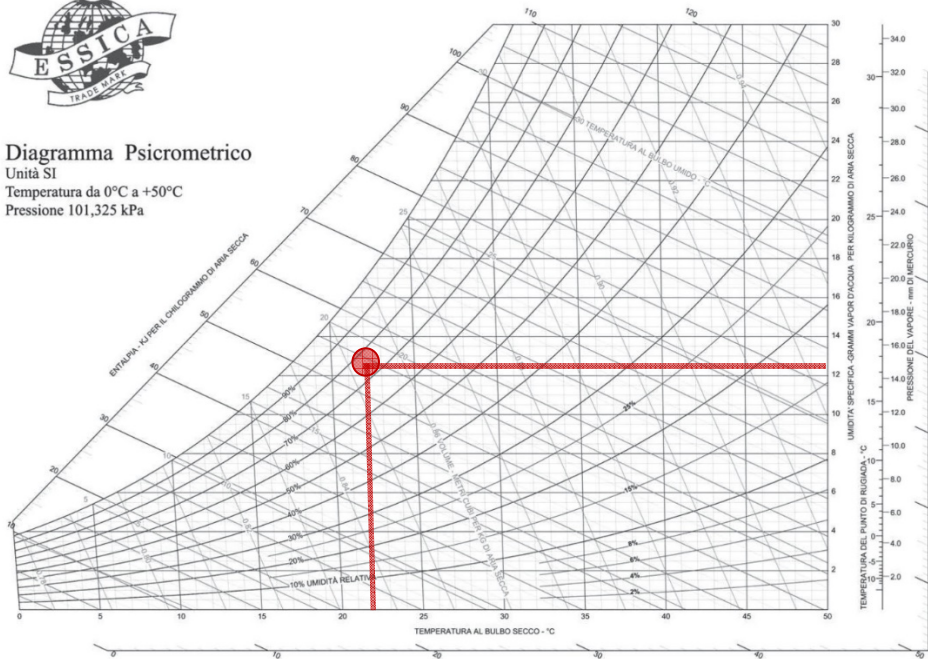
**Trovare il titolo  $y$**

- **SOLUZIONE GRAFICA** (Prendere il diagramma psicometrico)  
Si traccia una linea verticale in corrispondenza di 22°C fino ad intersecare un valore di umidità relativa del 75%. Essendo valori intermedi tra quelli indicati si dovranno scegliere valori di temperatura e umidità relativa intermedi tra quelli presenti nel grafico. Tracciando dal punto individuato una linea orizzontale che interseca l'ordinata leggo il valore di titolo corrispondente, circa:

$$x = y = 12.5 \text{ gv/kga} = \mathbf{0.0125 \text{ kgv/kga}}$$



Diagramma Psicrometrico  
Unità SI  
Temperatura da 0°C a +50°C  
Pressione 101,325 kPa



• SOLUZIONE ANALITICA

Si basa sulla formula:

$$x = y = 0,622 \cdot \frac{\phi \cdot p_{sat}(T)}{p_{tot} - \phi \cdot p_{sat}(T)}$$

Noti:

$\phi = 75\%$

$T = 22^\circ\text{C}$

$P_{tot} = 101325 \text{ Pa}$  che è il valore della pressione atmosferica standard.

Non è nota la pressione di saturazione a 22°C, ma è facile ricavarlo consultando le **tabelle termodinamiche**:

ACQUA								
Temperatura	Pressione di saturazione	Vliquido	Vvapore-Vliquido	Vvapore	Entalpia liquido	Calore latente di vaporizzazione	Entalpia vapore	Temperatura
21	0,024878	0,0010019	54,9497981	54,950800	88,1	2451,9	2540,0	21
21,5	0,025663	0,0010021	53,5061979	53,507200	90,2	2450,8	2540,9	21,5
22	0,026448	0,0010022	52,0625978	52,063600	92,3	2449,6	2541,8	22
22,5	0,027277	0,0010023	50,6189977	50,620000	94,4	2448,4	2542,8	22,5
23	0,028105	0,0010024	49,1753976	49,176400	96,4	2447,2	2543,7	23
23,5	0,028979	0,0010025	47,7317975	47,732800	98,5	2446,0	2544,6	23,5
24	0,029852	0,0010027	46,2881973	46,289200	100,6	2444,9	2545,5	24

Quindi:

$p_{sat} = 0,026448 \text{ [bar]} \cdot 100000 \text{ (fattore di conversione bar in Pascal)} = \mathbf{2644.8 \text{ Pa}}$

Ora che sono noti tutti i dati necessari per utilizzare la formula analitica calcolo il titolo:

$$x = y = 0,622 \cdot \frac{0,75 \cdot 2644,8}{101325 - 0,75 \cdot 2644,8} = 0,01242 \text{ kgv/kga}$$

E' quindi evidente che anche il metodo grafico è affidabile in quanto ho un errore solo alla quarta cifra decimale.

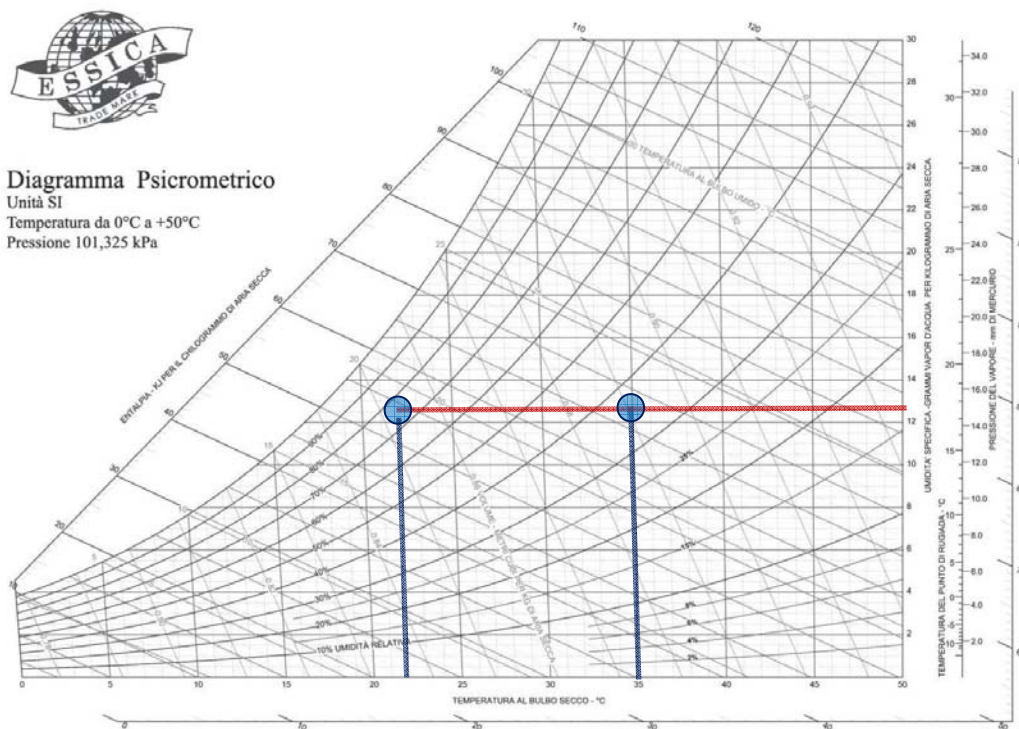
**Supponiamo ora di riscaldare l'aria da 22°C a 35°C**

$$T_{\text{fin}} = 35^\circ\text{C}$$

**Determinare la nuova Umidità Relativa U.R.**

- **SOLUZIONE GRAFICA**

Il titolo non varia al variare della temperatura dato che, riscaldando, non aggiungo ne tolgo acqua e quindi rimarrà uguale al valore ricavato per i 22°C mentre varia invece la temperatura, quindi sposterò la linea verticale in corrispondenza di 35°C. Si nota subito che il grado igrometrico è diminuito ed è un valore tra il 30% e 40%, quindi è circa: **U.R. fin = 36%**



- **SOLUZIONE ANALITICA**

Questa volta si dovrà utilizzare la formula inversa che permette di ricavare il grado igrometrico conoscendo il titolo della miscela:

$$\phi = \frac{y \cdot p_{\text{tot}}}{0,622 \cdot p_{\text{sat}}(T) + y \cdot p_{\text{sat}}(T)}$$

La pressione di saturazione però non sarà uguale essendo cambiata la temperatura, quindi bisognerà consultare nuovamente le tabelle termodinamiche:

ACQUA								
Temperatura	Pressione di saturazione	Vliquido	Vvapore-Vliquido	Vvapore	Entalpia liquido	Calore latente di vaporizzazione	Entalpia vapore	Temperatura
34	0,053242	0,0010057	26,7807943	26,781800	142,4	2421,2	2563,6	34
34,5	0,054761	0,0010058	26,0123942	26,013400	144,5	2420,0	2564,5	34,5
35	0,056280	0,0010060	25,2439940	25,245000	146,6	2418,8	2565,4	35
35,5	0,057874	0,0010062	24,6740938	24,675100	148,7	2417,6	2566,3	35,5
36	0,059468	0,0010064	24,1041936	24,105200	150,8	2416,4	2567,2	36
36,5	0,061140	0,0010065	23,5342935	23,535300	152,9	2415,2	2568,1	36,5
37	0,062812	0,0010067	22,9643933	22,965400	155,0	2414,0	2569,0	37

Quindi:

$$p_{\text{sat fin}} = 0,056280 \text{ [bar]} \cdot 100000 \text{ (fattore di conversione bar in Pascal)} = \mathbf{5628 \text{ Pa}}$$

Calcolo il grado igrometrico:

$$\varphi = \text{U.R.} = \frac{0,01242 \cdot 101325}{0,622 \cdot 5628 + 0,01242 \cdot 101325} = 0,3525 = \mathbf{35,25\%}$$

Anche in questo caso è evidente che il metodo grafico è affidabile in quanto ho un errore molto piccolo.

Terminata l'analisi quantitativa dei rapporti di massa e pressione tra aria e vapore **si passa allo studio energetico**.

## ANALISI ENERGETICA

È quella che ci permette di **tradurre in euro quanta energia serve per riscaldare o raffreddare la miscela di aria e vapore**.

Attraverso l'analisi energetica si riesce a capire la potenzialità della macchina che servirà per riscaldare o raffreddare il volume interno dell'edificio in questione. Dobbiamo quindi calcolare quanto calore serve per riscaldare o raffreddare l'aria.

Essendo trasformazioni a pressione costante, in realtà si deve calcolare la quantità di **ENTALPIA** necessaria. Infatti, tra tutte le forme di energia, quella appropriata per quantificare l'apporto, o la sottrazione, di energia in un ambiente mantenuto a pressione costante è la variazione di entalpia.

Quindi dovremo riuscire a calcolare l'**Entalpia Specifica** (riferita alla massa d'aria secca) di una miscela aria-vapore.

Per le miscele d'aria e vapore il rapporto si esegue sulla massa d'aria secca e non sulla massa totale, come in tutte le altre branche della fisica, perché la massa d'aria secca non cambia, ed è quindi di più semplice risoluzione, mentre la massa di vapore è in costante mutamento.



Infatti, se si sigillasse una stanza con dentro delle persone, respirando si emette aria più umida di quando si è inspirata; quindi mentre la massa d'aria rimane costante la massa di vapore aumenta fino a giungere alla saturazione. Ma in altre condizioni l'aria umida esce.

Basti pensare ad una **situazione tipo di pioggia**: supponendo che la temperatura esterna sia pari a 10°C e l'umidità relativa sarà al 100% perché sta piovendo; all'interno invece si avrà una temperatura maggiore, ad esempio di 20°C, con una umidità relativa del 75%. All'esterno il titolo della miscela sarà all'incirca del 0.0075 kgv/kg<sub>a</sub> (com'è facilmente visibile dal diagramma psicometrico) mentre all'interno sarà circa del 0.0125 kgv/kg<sub>a</sub>, quindi maggiore. Potrebbe sembrare sbagliato in quanto noi avvertiamo maggiore umidità all'esterno che non all'interno. In realtà il corpo umano percepisce solo l'umidità relativa, per questo abbiamo una sensazione di umidità maggiore fuori anziché dentro; invece fisicamente è la massa d'acqua che conta (quindi il titolo), e c'è molta più acqua dentro che fuori: dentro, ogni chilogrammo d'aria porta 0.0125 kg di vapore, quindi 12.5 g di vapore; mentre fuori ho 7.5 g di vapore per ogni kg d'aria. Quindi c'è più umidità dentro che fuori e la pressione parziale del vapore dentro l'edificio è maggiore della pressione parziale del vapore all'esterno dello stesso. Un gas quando c'è differenza di pressione si muove dalla zona con più pressione alla zona dove ce n'è meno, quindi il vapore dall'interno della stanza sta uscendo verso l'esterno, attraverso la porosità della parete e le piccole fughe sempre presenti.

Quindi tutte le volte che dentro fa caldo e fuori freddo, anche se fuori sta piovendo, la migrazione di umidità è da dentro a fuori. Ecco perché noi definiamo **l'entalpia specifica riferita all'aria secca**, che indicheremo con **J**, e non l'entalpia specifica consueta, che viene indicata con **h**.

### **ENTALPIA SPECIFICA (RIFERITA ALL'UNITA' DI MASSA DI ARIA SECCA) J [kJ/kg<sub>a</sub>]**

Si ipotizza di avere una massa d'aria secca pari a 1kg di aria secca e una massa di vapore che sarà uguale a x (titolo) chilogrammi di vapore, perché ogni chilogrammo di aria secca ha in realtà una certa quantità di vapore:

$$M_a = 1 \text{ kg}_a \text{ (Aria)}$$

$$M_v = x \text{ kg}_v \text{ (Vapore)}$$

Si calcola l'entalpia J della massa di 1 kg d'aria secca a cui vanno aggiunti x kg di vapore. Essa sarà dunque pari all'entalpia specifica  $h_a$  dell'aria secca più x volte l'entalpia specifica di un chilogrammo di vapore  $h_v$ ; si dovrà quindi eseguire una somma fra le due diverse entalpie, quell'aria dell'aria secca e quella del vapore:

$$J = h_a + x \cdot h_v$$

Con  $h_a$  che è l'entalpia dell'aria secca:

$$h_a = c_{pa} \cdot t \text{ [kJ/kg}_a\text{]}$$

Dove, se si adotta la normale convenzione di assumere nulla l'entalpia a 0°C l'entalpia, la temperatura va espressa in °C, e non in K.

$c_{pa}$  = capacità termica specifica dell'aria a pressione costante  
 $t$  = temperatura centigrada[°C]

e  $h_v$  che è l'entalpia del vapore:  $h_v = r_0 + c_{pv} \cdot t$

Dove:

$r_0$  = calore latente di vaporizzazione a 0°C (valore tabellato fisso)  
 $c_{pv}$  = capacità termica specifica a pressione costante del vapore  
 $t$  = differenza tra la temperatura iniziale e finale ma, essendo  $t_{in} = 0$  °C, allora è la sola temperatura finale [°C]

La temperatura iniziale è uguale a zero, avendo assunto anche per il vapore d'acqua la usuale convenzione di assegnare valore nullo all'entalpia dell'acqua, in forma liquida, a 0°C. Per capire meglio si prende il digramma termodinamico (p.v.) dell'acqua.

Nel nostro caso siamo nella zona a destra, nella zona di vaporizzazione, supponendo di essere nella linea a temperatura costante segnata. Per arrivare a questa situazione si potrebbe riscaldare l'acqua, farla vaporizzare e poi surriscaldarla.

Una delle proprietà della termodinamica afferma che il valore di una qualunque proprietà fisica è invariante qualunque cammino si faccia per raggiungere lo stato fisico finale. Quindi se abbiamo vaporizzato l'acqua a 0°C e poi portata alla temperatura finale, o l'abbiamo anzitutto riscaldata alla temperatura finale e poi vaporizzata a tale temperatura, il valore finale dell'entalpia non cambia.

Allora per rendere i conti più facili vaporizziamo l'acqua a 0°C, così il calore latente di vaporizzazione  $r_0$  è fisso e non devo cercarlo tutte le volte nelle tabelle e poi, una volta vaporizzato, lo riscaldo alla temperatura che serve. Così devo considerare come  $\Delta T$  solo la temperatura centigrada finale, come per l'aria.

Considerando che:

$c_{pa}$  = capacità termica dell'aria = 1 kJ/kg · K  
 $r_0$  = calore latente di vaporizzazione = 2500 kJ/kg (se consulto le tabelle sarebbe 2501.6, ma non è necessario essere così precisi, complicandosi i calcoli, essendoci un errore minore dell' uno per mille)

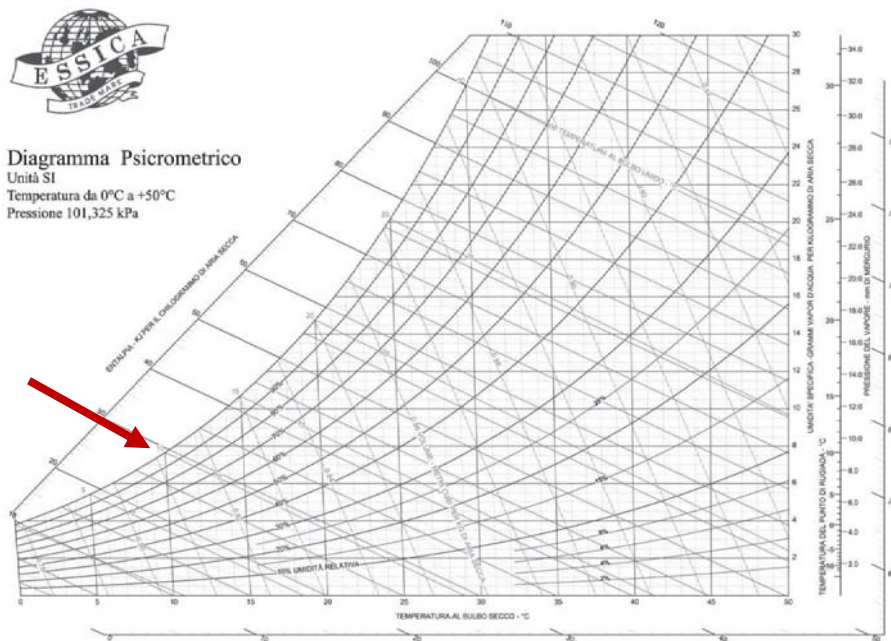
$c_{pv}$  = capacità termica del vapore = 1.9 kJ/kg · K (valore vero finché la temperatura è compresa fra 0°C e 40°C).

e andando a sostituire i valori numerici nella formula dell'entalpia specifica **J**:

$$J = 1 \cdot t + x \cdot (2500 + 1.9 \cdot t)$$

Questa formula è un ottimo strumento per la risoluzione di tutti quei problemi dove (come è stato fatto nei passaggi per arrivarci) è consentita l'approssimazione a gas perfetto della miscela aria-vapore.

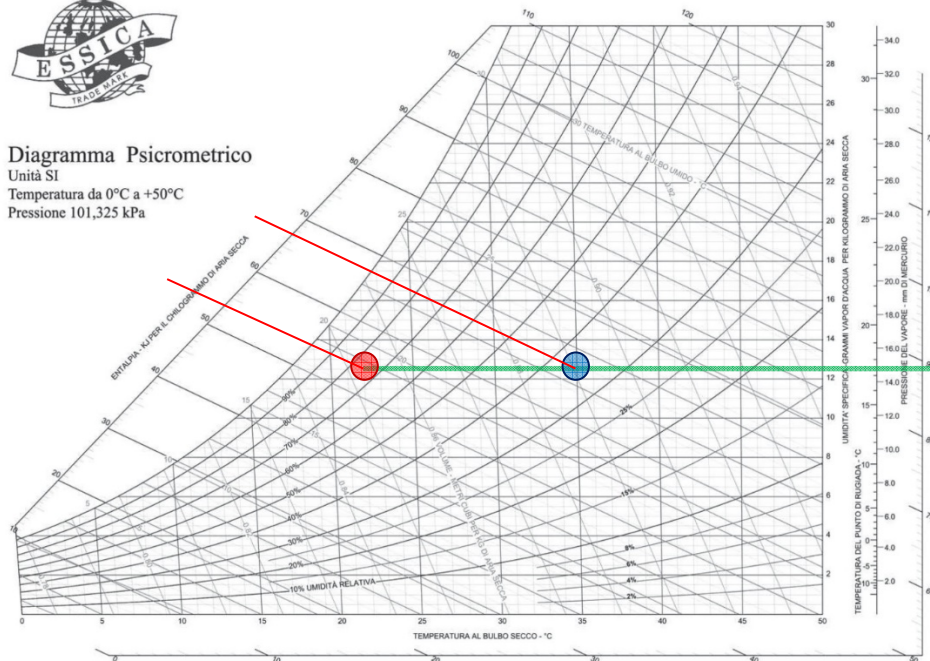
La parte tra parentesi è l'entalpia del vapore; la parte fuori è **l'entalpia dell'aria secca**, che quindi numericamente **è uguale alla temperatura centigrada**. L'entalpia specifica **J** è quindi in funzione di due variabili, **T** e **x**, che sono le variabili del diagramma psicrometrico; quindi si possono mappare i valori di **J** su questo diagramma ed è quindi possibile avere una soluzione sia analitica che grafica.



Tornando all'esempio di prima leggiamo l'entalpia del punto iniziale e finale.



Diagramma Psicrometrico  
Unità SI  
Temperatura da 0°C a +50°C  
Pressione 101,325 kPa



- **METODO GRAFICO**

$$J_{in} = 54 \text{ kJ/kg}_a$$

$$J_{fin} = 67 \text{ kJ/kg}_a$$

- **METODO ANALITICO**

Con l'uso della formula:  $J = 1 \cdot t + x \cdot (2500 + 1.9 \cdot t)$

$$J_1 = t_{in} + x (2500 + 1.9 \cdot t_{in}) = 22 + 0.01242 (2500 + 1.9 \cdot 22) = 53.568 \text{ kJ/kg}_a$$

$$J_2 = t_{fin} + x (2500 + 1.9 \cdot t_{fin}) = 35 + 0.01242 (2500 + 1.9 \cdot 35) = 66.875 \text{ kJ/kg}_a$$

Si noti che anche questa volta i valori trovati col metodo grafico e i valori trovati col metodo analitico sono molto simili.

Ogni chilogrammo di aria secca che viene riscaldato richiede un fabbisogno energetico pari alla differenza tra le due entalpie trovate.

$$\text{Calore necessario: } Q = J_{fin} - J_{in} = 66.87539 - 53.56862 = 13.30677 \text{ kJ/kg}_a$$

Quindi un fabbisogno energetico pari a 13.3 kJ/kg<sub>a</sub> per ogni chilogrammo d'aria secca.

Se ipotizzo che la stanza abbia un volume  $V=1200 \text{ m}^3$  con un ricambio orario (o portata in volume) pari a 2 volumi orari:

Portata in  $V = 2400 \text{ m}^3/\text{h}$  (perché essendo due volumi orario raddoppio il volume della stanza)

**Quanta portata in massa devo dare per ricambiare l'aria all'ambiente?**

Innanzitutto, avendo la portata in volume, la devo trasformare in chilogrammi moltiplicandola per la densità dell'aria:

**Densità aria** =  $\frac{p}{R \cdot T}$ , con la temperatura in Kelvin. Prima però devo calcolare la pressione dell'aria. Avevo già calcolato precedentemente la pressione totale e la pressione di saturazione, che erano:

$$P_{\text{tot}} = 101325 \text{ Pa}$$

$$p_{\text{sat}} = 2644.8 \text{ Pa}$$

$$\varphi = 75\%$$

$$\longrightarrow p_a = p_{\text{tot}} - (\varphi \cdot p_{\text{sat}}) = 99341.4 \text{ Pa}$$

E posso calcolare ora la Densità dell'aria:

$$\rho = \frac{99341.4}{287 \cdot (273 + 22)} = 1.1733 \text{ kg / m}^3$$

All'incirca è sempre poco più di 1kg al metro cubo, quindi è giusto.

Calcolo ora la **portata in massa**:

$$\dot{M} = \frac{\dot{V} \cdot \rho}{3600} = \frac{2400 \cdot 1.17}{3600} = 0.7822 \text{ kg / s}$$

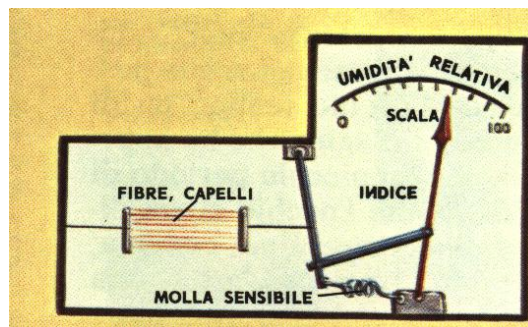
Quindi la **potenza termica** è uguale alla portata in massa per il calore necessario a riscaldare 1kg:

$$\dot{Q} = \dot{M} \cdot (J_{\text{fin}} - J_{\text{in}}) = 0.7822 \cdot 13.30677 = 10.40897 \text{ kW}$$

Quindi col **diagramma psicometrico** si può passare dal grado igrometrico (o Umidità Relativa) ai titoli; inoltre lo si usa per i calcoli energetici. Vedendo le linee a J costante di ogni punto che traccio sul diagramma conosco l'entalpia. Quando ho una trasformazione, non necessariamente orizzontale, conosco il saldo di entalpia e posso quindi quantificare quanta energia mi serve per passare dal punto di origine al punto di fine. Alla fine mi basta trasformare la portata in volume in portata in massa e moltiplicare per il salto dell'entalpia, che leggo dal diagramma. Coi calcoli che svolgeremo non serve calcolare la densità dell'aria tutte le volte, basta prendere una media di 1.2 kg/m<sup>3</sup> e l'errore rimane nel campo di accettabilità.

## Strumenti Per La Misura Dell'Umidità

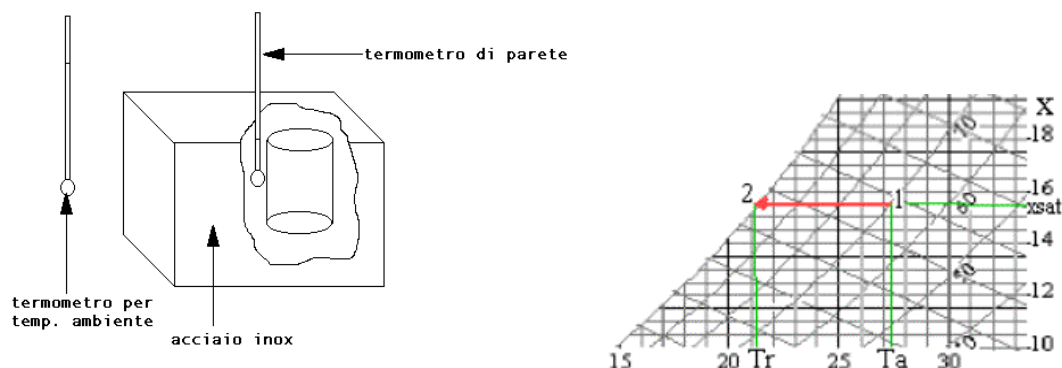
**Igrometro a Capello:** Fascio di capelli tesi collegato ad un indice su scala graduata. È uno dei classici igrometri a lancetta, ed indicano l'umidità dell'aria in maniera un po' approssimativa. Il fascio di capelli è tenuto teso da una molla, collegato ad un sistema di ingranaggi che ne amplificano il movimento, dovuto all'umidità presente nell'aria. L'unica cosa interessante di questo igrometro è che ne esiste una versione "scrivente" (come i rulli antisismici), si usa un tamburo caricato a molla che avanza molto lentamente, che fa un giro completo in 24 ore e dei pennini che disegnano un diagramma dell'umidità, nonché della temperatura e della pressione su questo tamburo di carta. Questi sistemi sono quasi del tutto inutilizzati se non nei musei, ove permettono di archiviare i diagrammi per poterli analizzare in futuro e capire le condizioni a cui sono state sottoposte le opere d'arte conservate.



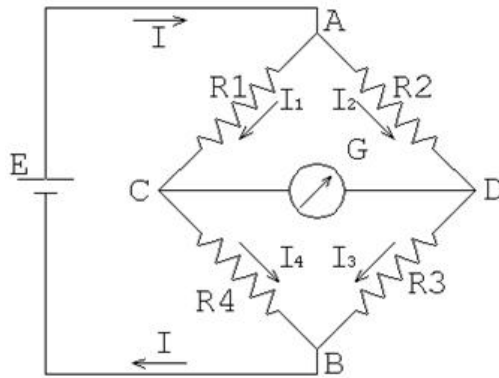
**Metodo della Pesata:** E' uno dei metodi di rilevamento dell'umidità più semplice ed antico. Il progetto originale (di Leonardo da Vinci) consisteva nel posizionamento di un campione di bambagia (che per sua natura fisica assorbe molto l'acqua presente nell'aria) sul braccio di una bilancia. Così al termine della misurazione si verifica la variazione di peso, che corrisponde alla massa di acqua di assorbita. Conoscendo la massa d'aria oggetto della misura si otteneva il titolo. Un'applicazione più moderna è un tubo con due griglie laterali, che lasciano passare l'aria ma non il materiale contenuto nel tubo. Al suo interno vengono posti cristalli di gel di silice o di acido solforico anidro, aria umida viene fatta passare attraverso una delle griglie, uscendo dall'altro. Al termine della misura si conosce la massa di acqua presente nell'aria originale (semplice differenza in massa tra la fine e l'inizio della misura).



**Igrometro a Condensazione:** Metodo che si usava in passato, ma è passato completamente in disuso. È composta da una vaschetta in acciaio inox aperta, dove sulla superficie esterna è posto l'evaporatore di una macchina frigorifera e un termometro che rileva la temperatura della vaschetta. Si fa partire il frigorifero, a un certo punto la superficie lucida della vaschetta si appanna, quella è la temperatura di rugiada. Quindi la trasformazione che è avvenuta è la trasformazione a titolo costante, che in questo caso è stata proseguita fino alla rugiada. Conoscendo la temperatura dell'aria e conoscendo dalla temperatura di rugiada qual era il titolo corrispondente si può determinare qual era la situazione della miscela d'aria e vapore (sul diagramma risulterà una retta orizzontale). La difficoltà sta nella lettura della temperatura di rugiada in quanto va letta esattamente nel momento in cui iniziano a formarsi le goccioline, quindi in caso di distrazione del tecnico si doveva ripetere l'operazione.



**Igrometro Elettronico:** Sono delle sonde elettroniche, con all'interno un elemento la cui resistenza elettrica è variabile in funzione dell'umidità. Questo elemento a resistenza variabile è inserito in un ponte di resistenze, e misurando la tensione elettrica agli estremi di questa rete di resistenze, indirettamente misuro la resistenza incognita (Ponte di Wheatstone). Dalla variazione di resistenza, tramite opportuna taratura, si mappa sull'umidità dell'aria.



**Analizzatore Dräger:** è una fialetta collegata ad una pompetta elettrica (esiste anche la versione manuale) che aspira un volume prefissato di aria, che attraversa la fialetta. La fialetta viene spezzata alle estremità subito prima dell'uso, in modo da poter essere attraversata dall'aria (o gas) da analizzare. Esistono diversi tipi di fialette a secondo delle necessità, quelle che misurano: la percentuale di umidità, il contenuto di CO<sub>2</sub>, la presenza di metano, di CO, ecc.. Le fialette sono studiate in modo da colorarsi man mano che vengono attraversate dall'aria ed attraverso un sistema graduato permettono di leggere le quantità (o percentuali) rilevate.



**Igrometro di Assmann (Psicrometro):** Ci sono due termometri a mercurio ed un motore collegato ad una ventola che aspira l'aria. L'aria aspirata attraversa due condotti metallici identici, all'interno dei quali ci sono i due termometri con il loro bulbo (uno misura la temperatura dell'aria, mentre l'altro ha il bulbo avvolto da una garza impregnata d'acqua). Azionando il motore (per 30s circa) la temperatura ai due termometri si stabilizza e si ottengono due valori:  $T_a$  (temperatura di bulbo asciutto) e  $T_b$  (temperatura di bulbo bagnato). Grazie a questi valori, riportati opportunamente sul diagramma psicrometrico, si riesce a capire il titolo ed il grado igrometrico dell'aria.



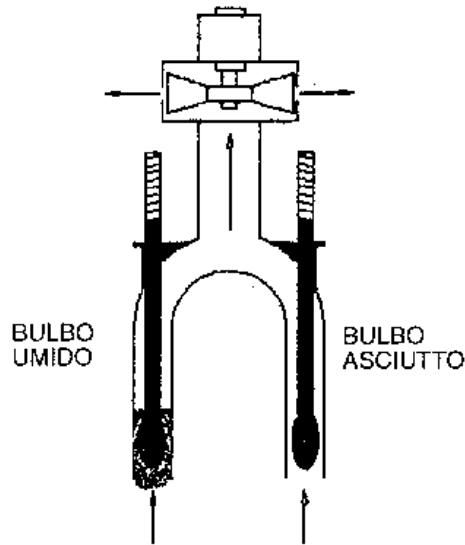
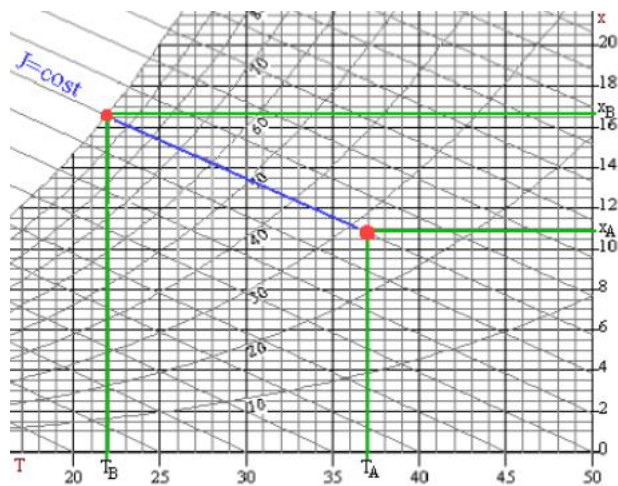


Figura 1

La trasformazione che l'aria ha subito andandosi a saturare a contatto con il bulbo bagnato, è una trasformazione "adiabatica" (priva di scambio di calore), lasciando dunque costante l'Entalpia  $J$ . Il punto  $T_b$  sarà sulla curva di saturazione perché c'è acqua in equilibrio con il vapore.  $T_a$  sarà sicuramente sulla linea di  $J=\text{cost}$  corrispondente alla temperatura  $T_a$ . Quindi per trovare il punto  $T_a$  traccio la linea blu a entalpia costante passante per il punto  $T_b$  e la interseco con la linea verticale della temperatura  $T_a$  (NOTA:  $T_a$  è sempre maggiore di  $T_b$ , i due valori saranno uguali solo nel caso in cui l'aria è già satura, e la temperatura  $T_b$  è la temperatura a cui tende un qualsiasi corpo bagnato).



Es. : se il nostro corpo viene bagnato, tende a portarsi alla temperatura di bulbo bagnato, che è sempre di qualche grado inferiore a quella di bulbo asciutto. Sudando il nostro corpo si ricopre di goccioline d'acqua che evaporando asportano il calore latente di vaporizzazione e tengono fresco il nostro corpo. Questo succede quando l'aria è secca, nel caso invece di aria molto umida (90% o più), il sudore fa fatica ad evaporare e quindi non porta via calore e la temperatura di bulbo bagnato rimane molto alta, facendoci continuare a sudare inutilmente, senza riuscire a raffrescarci adeguatamente.