

Consiglio Nazionale delle Ricerche  
Progetto Finalizzato Trasporti

# **4° CONVEGNO NAZIONALE**

Pre-prints  
2° volume  
Sottoprogetti 3 e 4

Torino 10-11 Novembre 1986  
presso l'Unione Industriale  
Via Fanti 17

1 10

**DETERMINAZIONE DELLE PRESTAZIONI ACUSTICHE DELL'ABITACOLO  
DI VEICOLI:  
PREVISIONE MEDIANTE MODELLI NUMERICI E VERIFICHE SPERIMENTALI**

**Angelo Farina, Giorgio Pagliarini, Roberto Pompoli**  
Unità operativa: istituto di Fisica Tecnica, Facoltà di Ingegneria,  
Viale Risorgimento, 2 - 40136 Bologna.

SOTTOPROGETTO IV: Trasporto su Strada

**RIASSUNTO**

Allo scopo di perfezionare le tecniche di previsione del campo acustico all'interno dei veicoli, è stato messo a punto un procedimento di calcolo che utilizza la tecnica degli elementi finiti. Rispetto ad una precedente versione dello stesso [1], è stata ora abbandonata la limitazione alle cavità a pareti rigide così da poter calcolare la distribuzione di livello sonoro all'interno di una cavità delimitata da pareti ad impedenza acustica finita, ed in parte mobili.

Il procedimento di calcolo è stato verificato su una cavità di geometria semplice, confrontandone i risultati con quelli ottenuti analiticamente e con misure sperimentali. Sono stati investigati gli effetti della variazione del numero di elementi in cui è stata suddivisa la cavità, ed è stata individuata una relazione fra la dimensione degli elementi e la massima frequenza a cui il modello numerico può essere utilizzato.

Il buon accordo dei risultati ottenuti propone la tecnica sperimentata quale naturale complemento di un sistema di analisi strutturale dinamica finalizzata alla previsione del campo acustico negli autoveicoli fin dalla fase di progettazione strutturale della scocca

**ABSTRACT**

A finite element computing procedure has been set up to improve the techniques of predicting the acoustic field within a vehicle compartment. The perfectly rigid wall scheme, assumed in a previous work [1], is dropped here.

The computing procedure has been checked on a cavity of simple geometry by comparing the results with the analytical ones and with experimental outcomes.

The agreement of the results suggests the numerical technique as a complement of a dynamic structural analysis to predict the acoustic field in the early stage of the design.

## 1. INTRODUZIONE

La previsione del campo acustico generato all'interno dell'abitacolo dei veicoli già nella prima fase di progetto, consentirebbe di ridurre la rumorosità in marcia con accorgimenti progettuali e modifiche alla scocca, piuttosto che con massicci interventi di insonorizzazione "a posteriori" che, oltre ad essere costosi, richiedono ulteriore tempo per l'effettuazione di misure e sperimentazioni sui prototipi di preserie.

Fra le varie tecniche di previsione, quelle numeriche stanno gradualmente prendendo il sopravvento, grazie al progredire delle tecnologie informatiche e al crescente utilizzo dei metodi numerici nel processo di produzione dei veicoli [2, 3, 4, 5].

In una precedente nota [1] il metodo degli elementi finiti è stato applicato all'analisi del campo acustico all'interno di cavità di forma complessa quale è lo spazio occupato dai passeggeri all'interno di veicoli. Nel caso di pareti perfettamente rigide il confronto tra i risultati ottenuti e i rilievi sperimentali ha evidenziato una soddisfacente precisione nella individuazione dei modi propri della cavità e delle relative frequenze di risonanza. Tali dati, per quanto utili indicazioni progettuali, non consentono tuttavia di individuare completamente il comportamento acustico della cavità quando, come accade nella realtà, questa è sollecitata da sorgenti distribuite sulle pareti di contorno ed inoltre le pannellature e gli arredi interni comportano un notevole assorbimento acustico.

Le vibrazioni trasmesse alle pareti dell'abitacolo dal motore attraverso la scocca sono attualmente prevedibili con procedimenti di calcolo [6] ovvero sperimentalmente con misure sul prototipo o anche su modelli in scala ridotta [7, 8, 9, 10]. L'impedenza acustica dei materiali che rivestono le pareti interne, supposte localmente reagenti, è spesso nota e comunque misurabile con metodologie normalizzate.

Movimento delle pareti e impedenza acustica delle stesse possono dunque costituire i dati di ingresso necessari per estendere il procedimento di calcolo numerico descritto in [1] all'analisi completa della risposta acustica della cavità alle sollecitazioni agenti sulle pareti di contorno oltre che all'analisi modale della stessa.

Il procedimento numerico, integrato con le opportune condizioni al contorno, è stato qui applicato all'analisi acustica di un semplice sistema per il quale è disponibile una soluzione analitica: una cavità parallelepipedica con una parete fonoassorbente e una mobile con velocità assegnata. I risultati sono confrontati con i corrispondenti analitici al fine di verificare la correttezza del procedimento numerico oltre che con rilievi sperimentali per verificare la correttezza delle ipotesi assunte nella schematizzazione della realtà fisica.

## 2. DETERMINAZIONE DELLA SOLUZIONE NUMERICA APPROSSIMATA

Viene fatto qui esplicito riferimento a cavità bidimensionali per semplicità di trattazione e di calcolo; tuttavia, dal punto di vista concettuale, ciò non comporta alcuna limitazione. Inoltre spesso nell'abitacolo dei veicoli di trasporto una delle tre dimensioni è pressochè uniforme e pertanto l'ipotesi di regime bidimensionale è giustificata, almeno finchè le superfici di contorno normali a tale direzione non presentano troppo elevati effetti di assorbimento acustico.

In regime quasi stazionario il campo di pressione acustica soddisfa l'equazione omo-

genea di Helmholtz:

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0 \quad (1)$$

dove  $k$  è il numero d'onda.

Il problema, già trattato in [1] nell'ipotesi di pareti perfettamente rigide, è qui esteso al caso in cui siano presenti pareti mobili con velocità assegnata e pareti fonoassorbenti. Le relative condizioni al contorno sono esprimibili come segue

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0 \quad \text{su } \ell_1 \text{ (parete rigida)} \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -i Rkw \quad \text{su } \ell_2 \text{ (parete mobile)} \quad (2')$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -i kp/\zeta \quad \text{su } \ell_3 \text{ (parete assorbente)} \quad (2'')$$

dove  $R = \rho c$  è la resistenza acustica caratteristica del mezzo e  $\zeta = z/R$  è l'impedenza acustica adimensionale della parete assorbente.

Assegnate la velocità  $w$  delle pareti mobili e l'impedenza  $\zeta$ , la soluzione del problema è rappresentata dalla funzione complessa  $p(y, z)$  che descrive la distribuzione sonora nella cavità. Una soluzione approssimata della (1) con le condizioni al contorno (2, 2', 2'') è qui ottenuta con il metodo numerico degli elementi finiti. Nella presente nota vengono delineati brevemente solo i punti essenziali del procedimento di calcolo, rimandando alla bibliografia [11, 12] per maggiori dettagli.

Nonostante il problema ammetta una formulazione variazionale, è stata qui seguita la formulazione di Galerkin, per la sua maggiore generalità. Una generica funzione  $\bar{p}$  che approssima la soluzione del problema considerato non annulla, in generale, il primo membro della equazione (1), ma lo rende uguale ad un residuo funzione delle coordinate spaziali:

$$\nabla^2 \bar{p} + k^2 \bar{p} = \mathcal{R} \quad (3)$$

Nel metodo di Galerkin la soluzione è approssimata da una combinazione lineare di funzioni  $N_i$ :

$$\bar{p}(y, z) = \sum_i \bar{p}_i \cdot N_i \quad (4)$$

i cui coefficienti incogniti  $\bar{p}_i$  sono determinati imponendo che il residuo  $\mathcal{R}$  sia ortogonale a ciascuna di esse:

$$\int_S \mathcal{R} N_i \, dS = 0 \quad (5)$$

Dalla (5), eliminando le derivate del secondo ordine mediante integrazione per parti, si perviene infine alla relazione su cui il metodo numerico si basa:

$$\int_S \text{grad } \bar{p} \text{ grad } N_i dS - k^2 \int_S \bar{p} N_i dS + ik \int_{\ell_3} \frac{\bar{p} N_i}{\xi} d\ell = -iRk \int_{\ell_2} w N_i d\ell \quad (6)$$

Nell'applicazione del metodo degli elementi finiti il dominio di integrazione è stato discretizzato mediante elementi triangolari con tre punti nodali. In ciascuno di essi la pressione incognita è espressa come combinazione lineare di polinomi di primo grado. La distribuzione di velocità è supposta costante sul lato di contorno, così come costante è supposta l'impedenza acustica. La scelta di questo tipo di elementi consente l'utilizzo di algoritmi relativamente semplici per la costruzione delle matrici proprie del procedimento numerico ma ovviamente richiede l'impiego di reticoli ad elevato numero di nodi per riprodurre correttamente campi acustici di frequenza anche non troppo elevata: la lunghezza d'onda deve infatti essere significativamente maggiore della dimensione media degli elementi.

Gli integrali, di superficie su ciascun elemento e di linea sul contorno degli elementi, derivanti dalla (6), sono stati calcolati analiticamente esprimendo le funzioni integrande in coordinate locali [11]. Il sistema di equazioni algebriche lineari, avente come incognite i valori di pressione sonora nei punti nodali, è stato infine risolto mediante un sottoprogramma di libreria [13].

### 3. DETERMINAZIONE DELLA SOLUZIONE ANALITICA

La soluzione dell'equazione (1), soggetta alle condizioni al contorno (2, 2', 2''), è possibile con mezzi analitici solo nel caso di geometrie particolarmente semplici. Si considera qui il caso di una cavità a sezione rettangolare, di lunghezza  $L$ , larghezza  $b$  e altezza  $h$ , terminante con una parete perfettamente rigida (figura 1); la parete opposta viene supposta mobile in modo solidale, come se si trattasse di un pistone. Delle restanti quattro pareti una sola è dotata di impedenza acustica finita, mentre le altre sono supposte infinitamente rigide. In base alle ipotesi assunte, la pressione sonora è funzione delle sole variabili  $y$  e  $z$ :

$$-k^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \quad (7)$$

Morse [14] ha risolto il problema rappresentato dalla equazione (7) con le condizioni al contorno specificate in figura 1; separando le variabili, ha ottenuto la soluzione in termini di pressione acustica:

$$p(y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cosh(i k_y^n y) \cosh(i \delta_y^n z) \quad (8)$$

in cui è:

$$C_n = \frac{i k R w \sin h(i k_y^n h)}{y^n \sin h(-i \delta_y^n L) (k_y^n h/2 - i/4 \sin h(2i k_y^n h))} \quad (9)$$

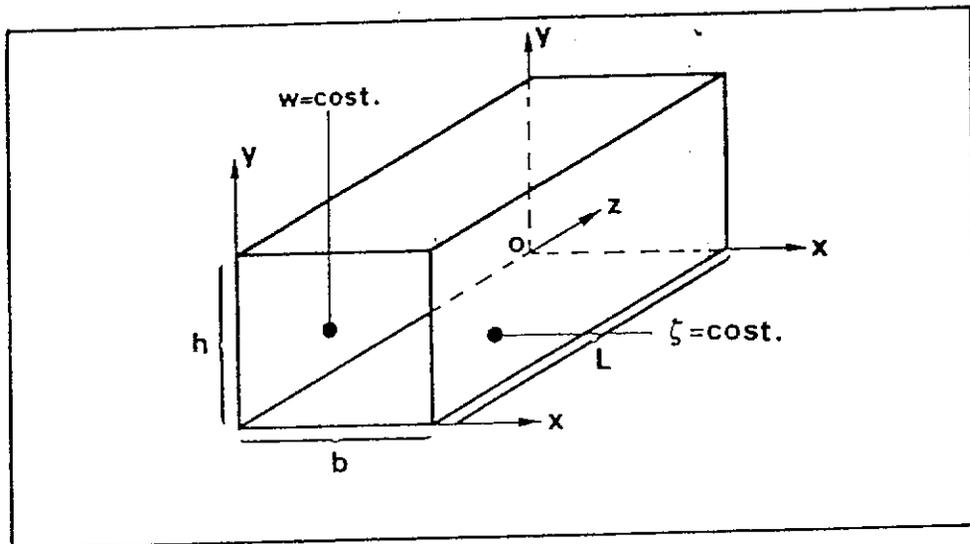


Fig. 1 : Schema geometrico della cavità.

essendo

$$\delta_y^n = \sqrt{k^2 - k_y^{n2}} \quad (10)$$

e  $k_y^n$  è un autovalore determinabile imponendo la condizione ad  $y = h$ :

$$k_y^n \operatorname{tgh}(i k_y^n h) = -\frac{k}{\zeta} \quad (11)$$

In [14] l'equazione (11) è risolta mediante procedimento grafico. Nella presente nota il valore degli autovalori  $k_y^n$  è stato ottenuto con calcolatore numerico mediante un programma di libreria [13].

#### 4. REALIZZAZIONE DI UN MODELLO FISICO

Con riferimento alla geometria definita nel precedente paragrafo, è stata realizzata una cavità di prova, di lunghezza  $L = 1$  m, larghezza  $b = 60$  mm e altezza  $h$  regolabile fra 120 e 160 mm, con passo di 10 mm (figura 2). Le pareti sono costituite da lastre di materiale acrilico di spessore relativamente elevato (10 mm), così da simulare pareti perfettamente rigide. La faccia inferiore, estraibile e posizionabile a diverse altezze, è destinata all'alloggiamento del materiale fonoassorbente. Nella figura 3 il sistema è montato sul basamento di un tubo di Kundt, al posto del cilindro di misura; al suo interno scorre, supportata da un carrello, la sonda microfonica del tubo di Kundt, costituita da un sottile tubo di acciaio del diametro di 5 mm. Il trasduttore microfonico si trova oltre l'altoparlante di eccitazione (parete mobile), attraversato dalla sonda stessa; una scala graduata consente di misurare la distanza fra l'orifizio della sonda e la testata rigida della cavità.

Per automatizzare le misure il sistema di supporto del microfono è stato connesso a un registratore grafico mediante una puleggia di trascinamento, collegata al meccanismo

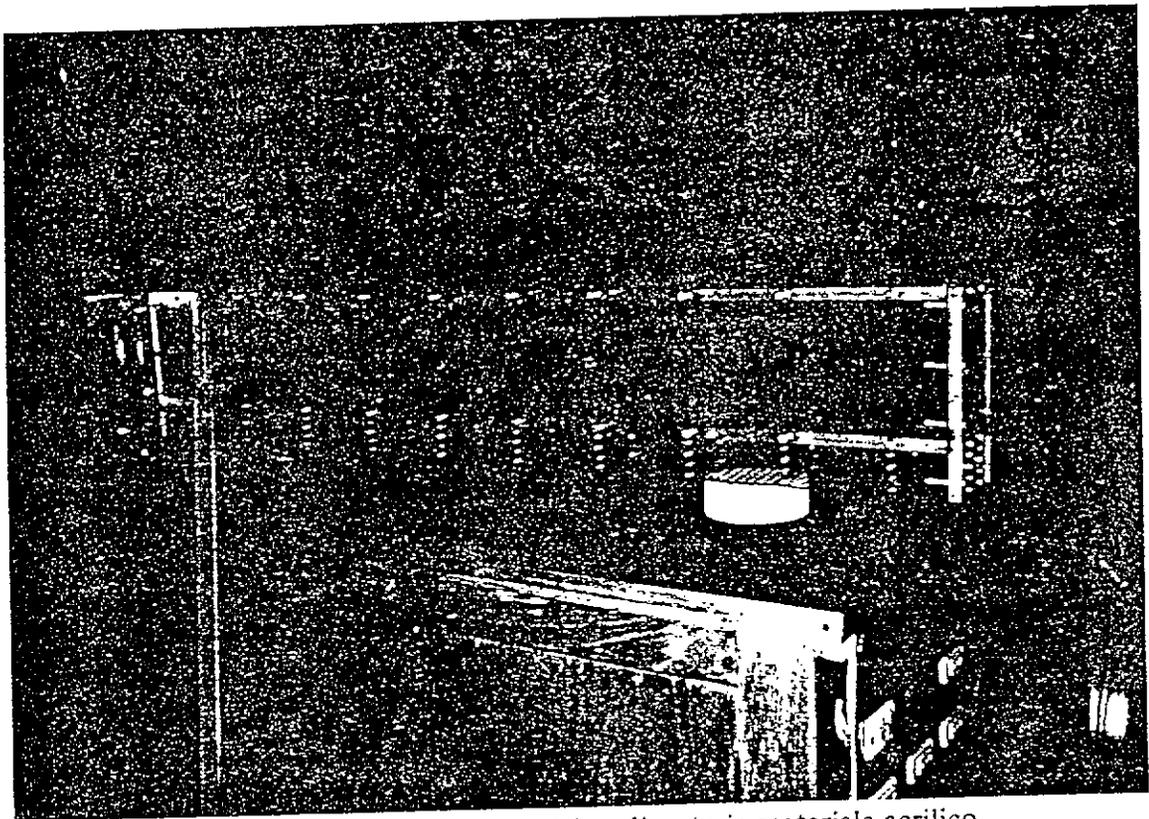


Fig. 2 - Modello fisico della cavità realizzato in materiale acrilico.

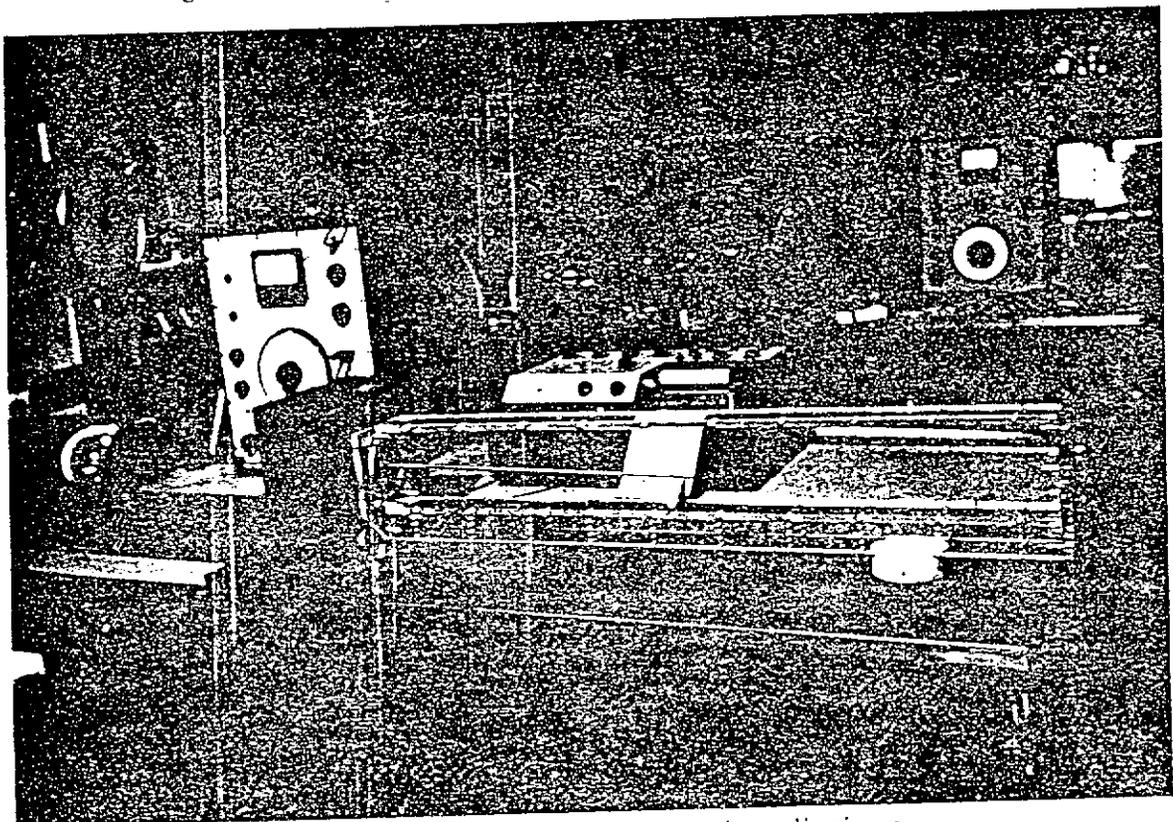


Fig. 3 - Cavità di prova e strumentazione di misura

di avanzamento della carta del registratore (figura 3). Regolando opportunamente il diametro della puleggia e la velocità di scorrimento della carta, è stato possibile ottenere tracciati con la stessa scala orizzontale dei tabulati semigrafici prodotti dal procedimento di simulazione numerico e da quello analitico: ciò ha consentito di effettuare la comparazione diretta dei risultati mediante sovrapposizione grafica.

L'altoparlante è stato pilotato con un generatore di segnali sinusoidali B&K tipo 1014; la frequenza della sollecitazione è stata misurata con un frequenzimetro digitale Philips PM 6667.

## 5. RISULTATI E CONFRONTI

I risultati del procedimento di calcolo numerico sono stati posti a confronto con la previsione analitica e con le misure effettuate sulla cavità descritta al paragrafo precedente. Nella figura 4 è rappresentato il reticolo di elementi finiti adottato; il numero di suddivisioni può essere variato automaticamente in direzione sia orizzontale che verticale.

Il confronto è stato eseguito per i seguenti tre valori di frequenza: 250, 500 e 1000 Hz, comparando i valori della pressione sonora sull'asse geometrico longitudinale della cavità. La parete inferiore del modello è stata rivestita da vari materiali fonoassorbenti, dei quali era stata predeterminata l'impedenza acustica mediante misure nel tubo di Kundt (incidenza normale).

Nella figura 5 è riportato l'esito della prima verifica, eseguita nell'ipotesi di pareti tutte rigide: il lieve scostamento fra il tracciato sperimentale e quelli teorici è dovuto alla non perfetta rigidità delle pareti del modello. L'ipotesi di pareti rigide risulta comunque accettabile, almeno per i fini preposti.

Complessivamente sono stati eseguiti oltre 40 confronti fra modello numerico, soluzione teorica e misure sperimentali; alcuni di questi, particolarmente significativi, sono riportati in diagramma nelle figure 5, 6, 7, 8. I materiali sottoposti a prova sono stati scelti in base più alla facilità di lavorazione ed alla misurabilità della relativa impedenza acustica che in base al loro reale utilizzo per il rivestimento dell'abitacolo dei veicoli. Si può notare come non sempre le tre soluzioni coincidano; specialmente alle alte frequenze, appaio-

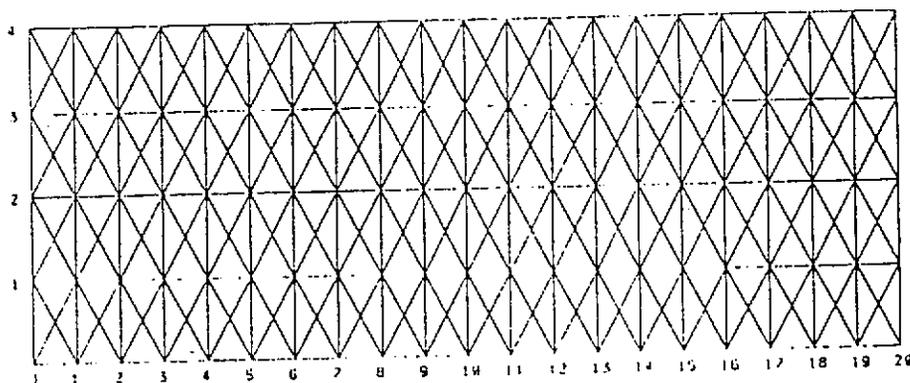


Fig. 4 - Discretizzazione della cavità mediante elementi triangolari.

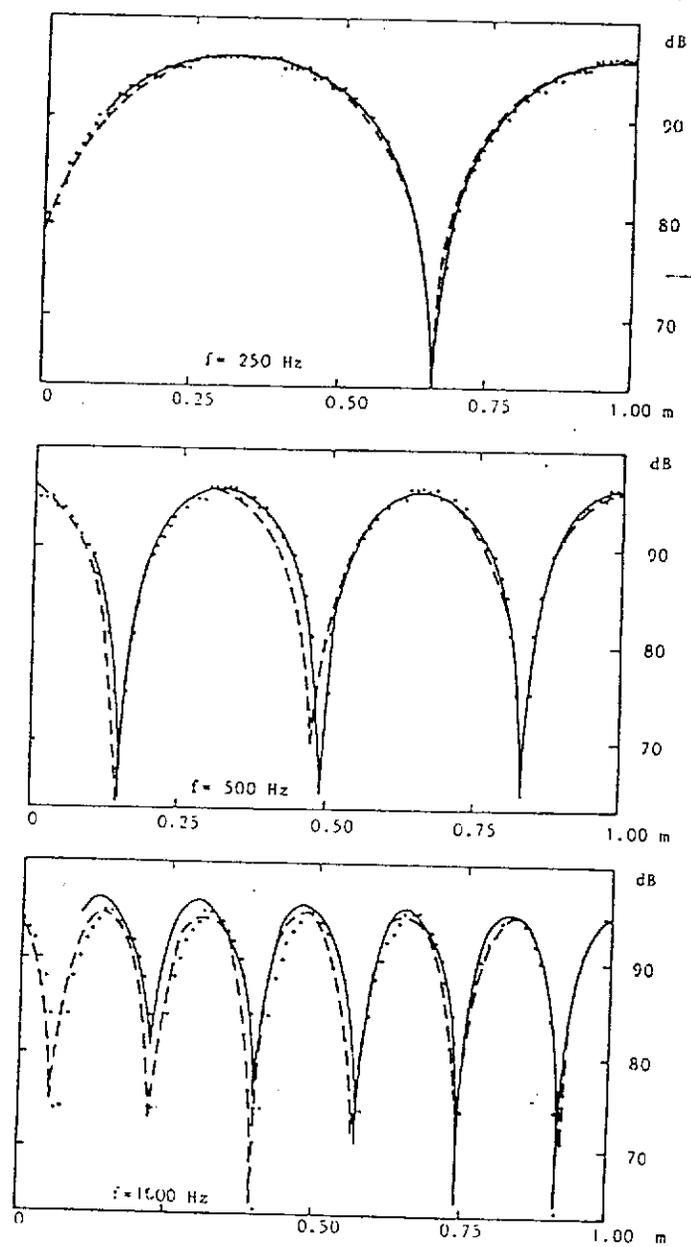


Fig. 5 - Livello di pressione sonora per pareti con impedenza acustica infinita.

- ..... soluzione analitica
- soluzione numerica
- rilievo sperimentale

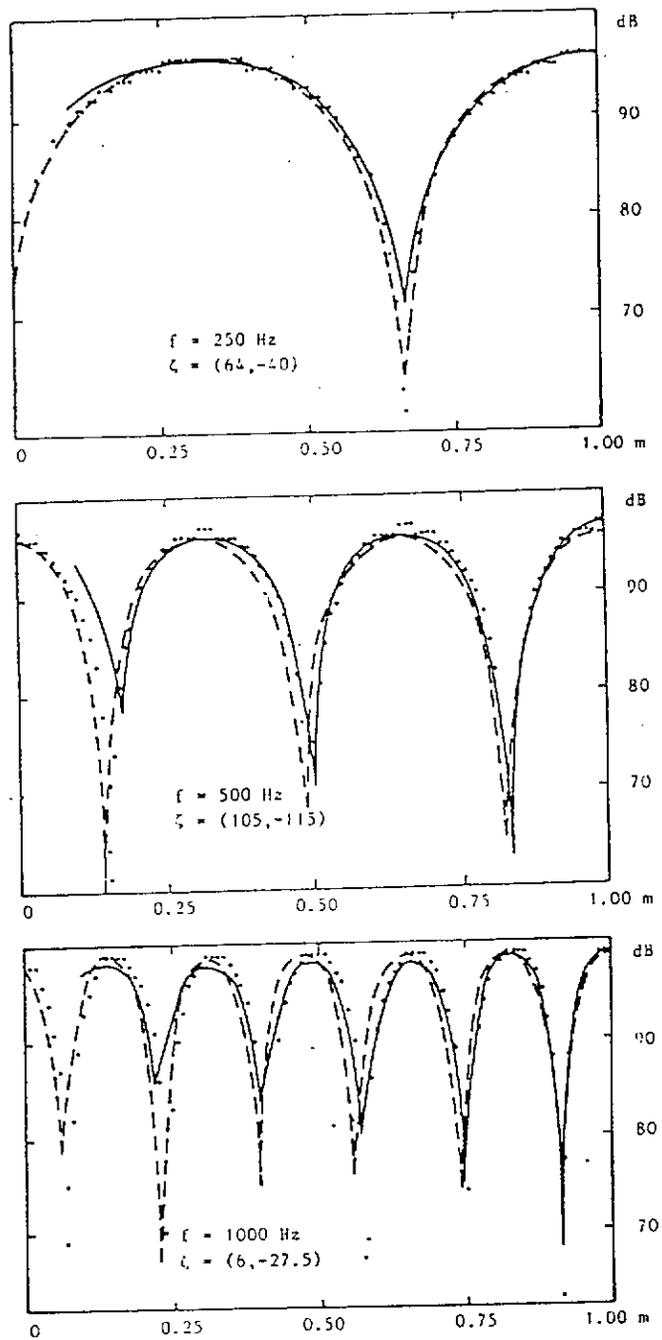


Fig. 6 - Livello di pressione sonora; parete assorbente rivestita di poliuretano espanso a cellule chiuse.

..... soluzione analitica  
 - - - - - soluzione numerica  
 ————— rilievo sperimentale

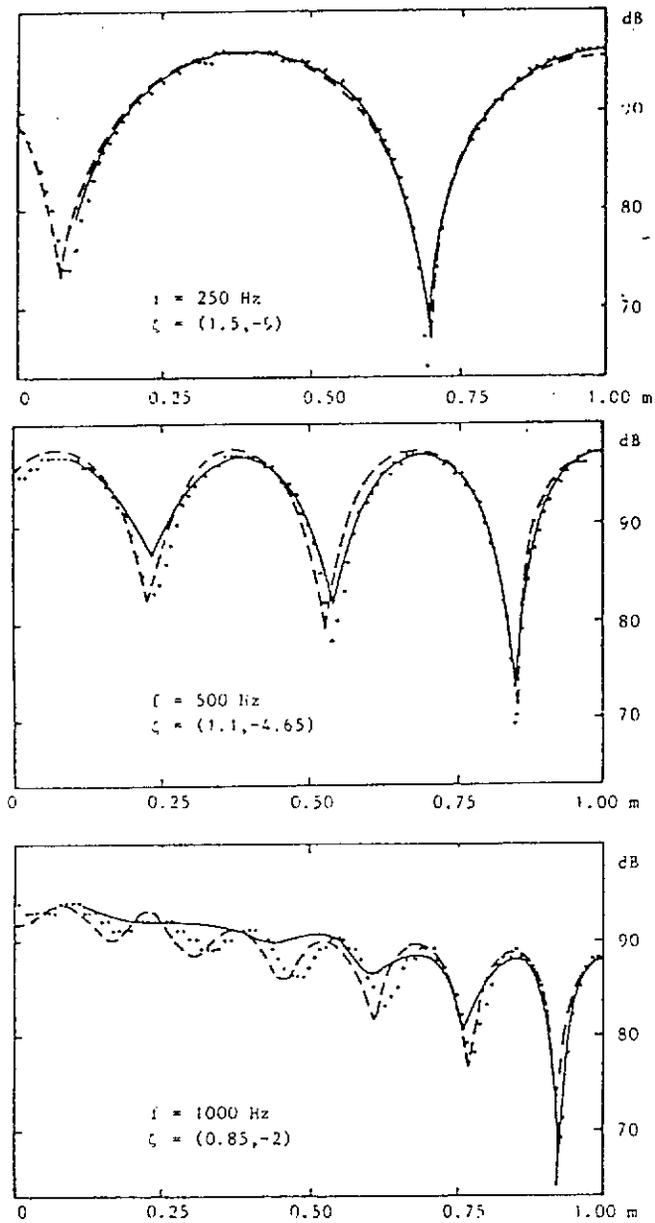


Fig. 7 - Livello di pressione sonora; parete assorbente rivestita di gommapiuma pressata.

- ..... soluzione analitica
- soluzione numerica
- rilievo sperimentale

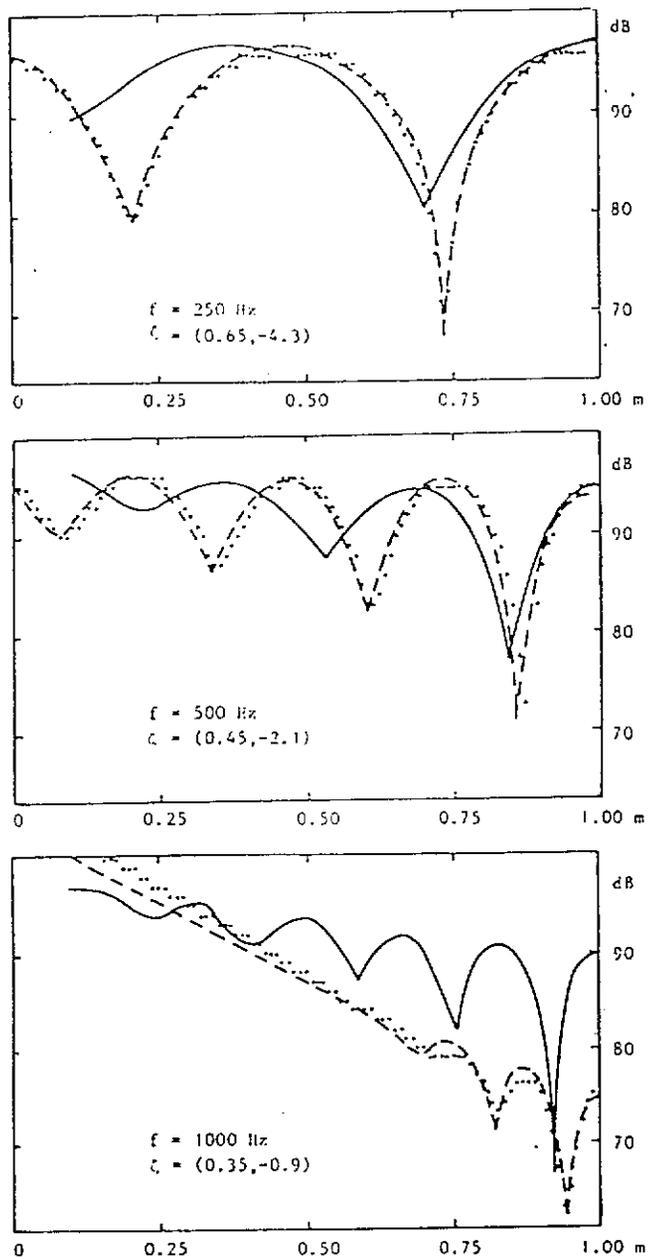


Fig. 8 - Livello di pressione sonora, parete assorbente rivestita di fibra di vetro.

- ..... soluzione analitica
- soluzione numerica
- rilievo sperimentale

no scostamenti significativi soprattutto fra il tracciato sperimentale e quello teorico, restando sempre prossimo a quest'ultimo il risultato del modello numerico.

Gli scostamenti che si verificano ad alta frequenza potrebbero essere giustificati, per il modello numerico, con l'osservazione che ai valori più elevati di frequenza la lunghezza d'onda diviene confrontabile con le dimensioni degli elementi. Scostamenti ben più marcati si verificano per i dati sperimentali, particolarmente per i materiali a più bassa impedenza acustica (fibra di vetro). Ciò potrebbe essere causato dall'impiego nei modelli teorici di valori di impedenza misurati con il tubo di Kundt (incidenza normale) mentre, in realtà, il moto delle particelle avviene parallelamente alla superficie assorbente. A frequenze più basse la corrispondenza è invece soddisfacente, così come anche ad alta frequenza al tendere all'infinito della impedenza della parete assorbente.

I risultati mostrati hanno dunque evidenziato la necessità di conoscere con precisione i valori dell'impedenza acustica dei materiali di rivestimento dell'abitacolo: sarà pertanto da tenere in considerazione l'ipotesi di una opportuna raccolta di dati sui prodotti più comunemente usati, tramite accurate determinazioni sperimentali nelle effettive condizioni di impiego.

In figura 9 sono confrontate le soluzioni ottenute con il metodo numerico per diversi gradi di infittimento della discretizzazione del dominio in direzione longitudinale. I risultati appaiono soddisfacenti già con circa venti suddivisioni ( $N_x$ ): da ciò consegue che tra la lunghezza d'onda della sollecitazione  $\lambda$  ed il passo della discretizzazione  $a = L/N_x$  deve essere verificata la condizione:

$$\alpha = \frac{\lambda}{a} \geq 13 \quad (12)$$

In base ai tempi di elaborazione riscontrati, destinati per di più a crescere con lo studio di cavità di forma più complessa, pare evidente la necessità di limitare l'indagine a ristretti domini di frequenza: essi possono essere delimitati in base alla conoscenza delle frequenze proprie della cavità studiata, determinate ad esempio come in [1], oppure in base alle frequenze alle quali maggiori sono le sollecitazioni acustiche prodotte dal movimento della struttura (a causa di risonanze strutturali e/o particolari frequenze di sollecitazione provenienti dagli organi meccanici).

## 6. CONCLUSIONI

E' stato illustrato un procedimento di simulazione numerica del campo acustico all'interno di cavità chiuse basato sul metodo degli elementi finiti.

Il procedimento di simulazione consente la previsione del livello di pressione sonora generato, in ogni punto della cavità, dal movimento sinusoidale di una porzione di contorno. Le restanti pareti sono supposte dotate di impedenza acustica infinita o finita, variabile eventualmente da zona a zona.

Il procedimento è stato provato su una cavità dalla geometria semplice, in modo da poter confrontare i risultati con la soluzione analitica esatta. Per ulteriore conferma sono state effettuate determinazioni sperimentali su un prototipo della stessa cavità.

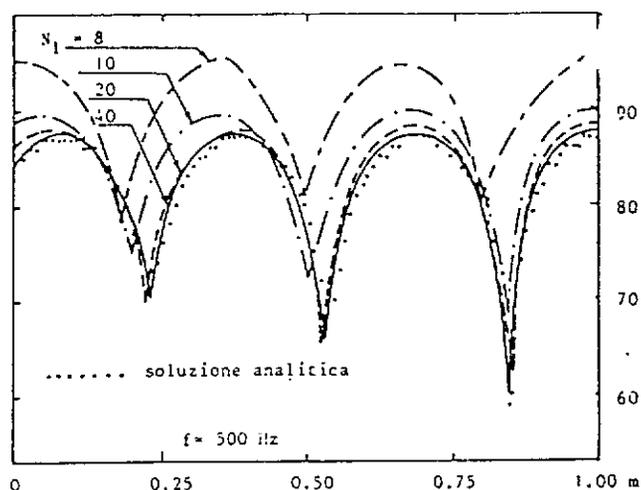


Fig. 9 - Effetto della variazione del numero di suddivisioni longitudinali  $N_0$ , nell'impiego del procedimento numerico.

L'esame dei risultati ha consentito di stabilire i limiti di validità dell'applicazione del modello numerico ed ha mostrato l'importanza di conoscere esattamente il valore dell'impedenza acustica dei materiali di rivestimento comunemente usati.

Nella successiva fase della ricerca, il procedimento numerico verrà applicato alla modellizzazione del campo acustico generato all'interno di un veicolo stradale, secondo una filosofia progettuale che dovrebbe consentire di intervenire sulla scocca dei veicoli per ridurre la rumorosità al loro interno. Le previsioni così ottenute verranno poste a confronto con misure sperimentali eseguite su un modello in scala dello stesso veicolo, ed eventualmente su un prototipo dello stesso.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] FARINA A., PAGLIARINI G., POMPOLI R. "Campo acustico generato all'interno dei mezzi di trasporto: confronto fra tecniche numeriche e tecniche sperimentali su modelli in scala" Atti del 3° Convegno Nazionale P.F.T. - Vol. 2°, 439-451, Taormina (23-25 Maggio 1985).
- [2] CRAGGS A. "An acoustic finite element approach for studying boundary flexibility and sound transmission between irregular enclosures" J. Sound Vib. 30, 343-357 (1973).
- [3] WOLF J.A. "Nastran modelling and analysis of rigid and flexible walled acoustic cavities" NASA TM-X-3278, 615-631 (1975).
- [4] WOLF J.A., NEFSKE D.J., HOWELL L.J. "Structural-acoustic finite element analysis of the automobile passenger compartment" Trans of Soc. of Automotive Engineers 85, 857-864 (1976).
- [5] NEFSKE D.J., WOLF J.A., HOWELL L.J. "Structural-acoustic finite element analysis

- of the automobile passenger compartment: a review of current practice*". J. Sound Vib. 80(2), 247-266 (1982);
- [6] SEGHI P. "*La simulazione a calcolo dell'accoppiamento motore scocca nel campo delle basse frequenze*" - ATA Ingegneria Automotoristica (3), 158-167 (Marzo 1986).
- [7] BANNISTER R.L. "*Structural models for vibration control*" Noise Control Engineering 4 (2), 84-92 (March-April 1975).
- [8] WRIGHT P.V., BANNISTER R.L. "*Plastic models for structural analysis - part 1: testing types*" Shock and Vibration Digest, 2-10 (November 1970).
- [9] BANNISTER R.L. "*Comparison of the dynamic response of complex plastic model with its prototype*" J. Acoustic Soc. Am. 43 (6), 1306-1310 (1968).
- [10] FIRTH D., BENTLEY P.G., ROWLEY R., BEESLEY M.J. "*An acoustic vibration model of a fast reactor*" B.N.E.S. Vibr. in Nuclear Plant - Keswick (May 1978).
- [11] ZIENKIEWICH O.C. "*The finite element method*" McGraw-Hill, Londra, (1977).
- [12] PETYT M. "*Finite element techniques for acoustics*", in "*Noise and Vibration*" - Ellis Horwood limited - Inghilterra (1982).
- [13] I.M.S.L. Library (Int. Mathematical & Statistical Libraries inc.) - Houston, TEXAS (1979).
- [14] MORSE P.M. "*The transmission of sound inside pipes*" J.A.S.A. (11), 205-210 (October 1939).