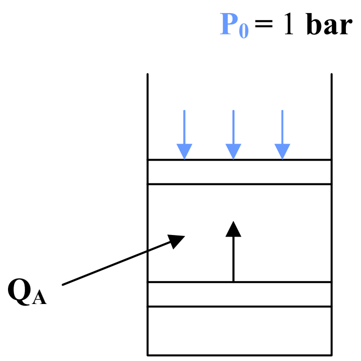
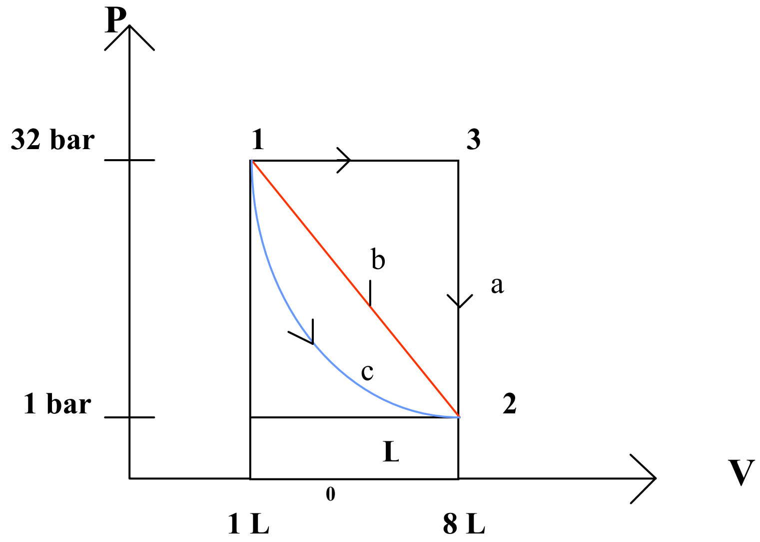
Esercizio





L'esercizio richiede di trovare il calore **Q** e il lavoro **L** in un sistema a pistone e per fare ciò si possono scegliere tre cammini distinti :

a) Trasformazione a pressione costante → $\mathbf{Q}_A$ = ? $\mathbf{L}_A$ = ?
b) Collego il punto 1 con quello 2 tramite una linea retta → $\mathbf{Q}_B$ = ? $\mathbf{L}_B$ = ?
c) Trasformazione adiabatica → $\mathbf{Q}_C$ = ? $\mathbf{L}_C$ = ?

Noteremo che se anche gli estremi sono gli stessi il lavoro **L** prodotto è diverso in quanto dipende dal cammino scelto per calcolarlo.

Cominciamo seguendo il cammino c perché è il più semplice da calcolare .

$$\mathbf{L}_C = \frac{P_1V_1 - P_2V_2}{n-1} \qquad (1)$$

$$\mathbf{L}_C = \frac{32\cdot 100000\cdot 0.001 - 100000\cdot 0.008}{5/3-1} = 3600\ \mathbf{J}$$

Secondo il primo principio della termodinamica

$$\mathbf{U_2 - U_1 = Q - L} \qquad (2)$$

Nella trasformazione c però **Q** = 0 , quindi basta cambiare segno la lavoro per trovare la differenza di variazione dell'Energia interna (**ΔU**) che è sempre uguale , indipendentemente dal cammino scelto .

$$\mathbf{U_2 - U_1 = - L} \qquad (3)$$

$$\mathbf{U_2 - U_1} = -\ 3600\ \text{J}$$

Quindi abbiamo trovato che $\mathbf{L}_C$ = 3600 J e $\mathbf{Q}_C$ = 0

Adesso prendiamo in considerazione il cammino a .

$$\mathbf{L}_A = (\,\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1\,)\cdot\mathbf{P}_1 \qquad (4)$$

$$\mathbf{L}_A = (\,0.008 - 0.001\,)\cdot(32\cdot100000) = 22400\ \mathrm{J}$$

$$\mathbf{U}_2 - \mathbf{U}_1 = \mathbf{Q}_A - \mathbf{L}_A \;\rightarrow\; \mathbf{Q}_A = \mathbf{L}_A - (\,\mathbf{U}_1 - \mathbf{U}_2\,) \qquad (5)$$

$$\mathbf{Q}_A = 22400 - 3600 = 18800\ \mathrm{J}$$

Possiamo fare lo stesso con il percorso b .

$$\mathbf{L}_B = \frac{(\,\mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_2\,)\cdot(\,\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1\,)}{2} \qquad (6)$$

$$\mathbf{L}_B = \frac{(\,3200000 + 100000)\cdot(\,0.008\cdot0.001\,)}{2} = 11550\ \mathrm{J}$$

$$\mathbf{Q}_B = \mathbf{L}_B - (\,\mathbf{U}_1 - \mathbf{U}_2\,) \qquad (7)$$

$$\mathbf{Q}_B = 11550 - 3600 = 7950\ \mathrm{J}$$

L'esercizio però non è ancora finito perché noi abbiamo trovato il lavoro comprensivo della quota di lavoro inutile ($\mathbf{L}_o$) , quello relativo all'aria atmosferica .

$$\mathbf{L}_o = \mathbf{P}_o \cdot (\,\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1\,) \qquad (8)$$

$$\mathbf{L}_o = 100000\cdot(\,0.008 - 0.001\,) = 700\ \mathrm{J}$$

Adesso passiamo a calcolare il lavoro netto .

$$\mathbf{L}_{net} = \mathbf{L} - \mathbf{L}_o \qquad (9)$$

$$\mathbf{L}_{A\ net} = 3600 - 700 = 2900\ \mathrm{J}$$

$$\mathbf{L}_{B\ net} = 22400 - 700 = 21700\ \mathrm{J}$$

$$\mathbf{L}_{C\ net} = 11550 - 700 = 10870\ \mathrm{J}$$

ANALISI SULLA SUPPOSTA EQUIVALENZA FRA CALORE E LAVORO

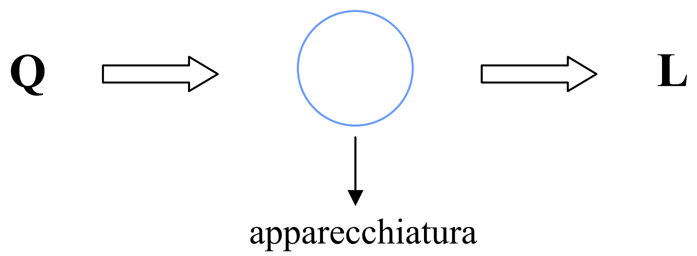
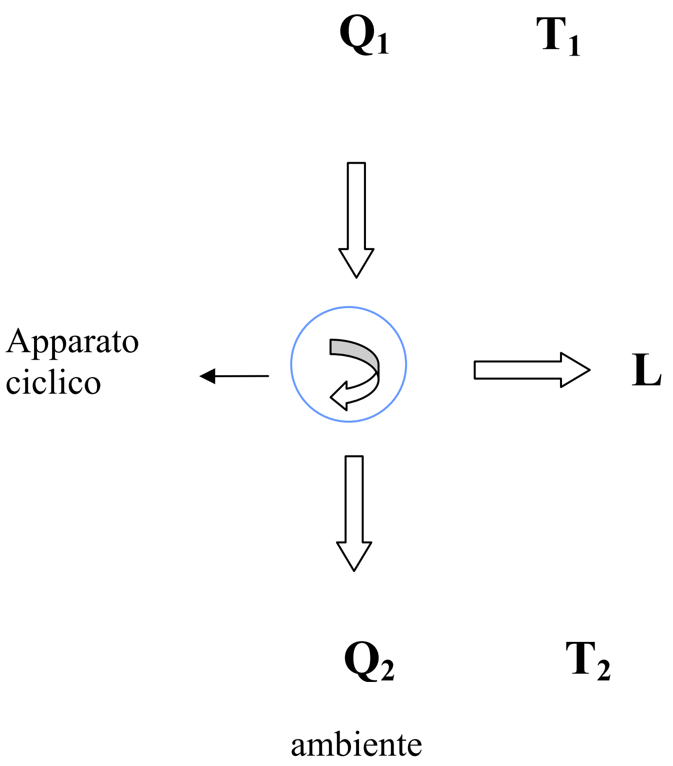


Fig . 1 – schema ideale di conversine energetica

Questo è il più grande processo di conversione energetico che l'uomo conosca , però non potrà mai essere completato e quindi non sarà realizzabile in quanto non si riuscirà mai a trasformare tutta l'energia in lavoro , ma una parte di essa si dissiperà nell'ambiente sotto forma di calore .

Lo schema corretto è il seguente .



Possiamo inoltre rappresentarlo tramite il seguente grafico

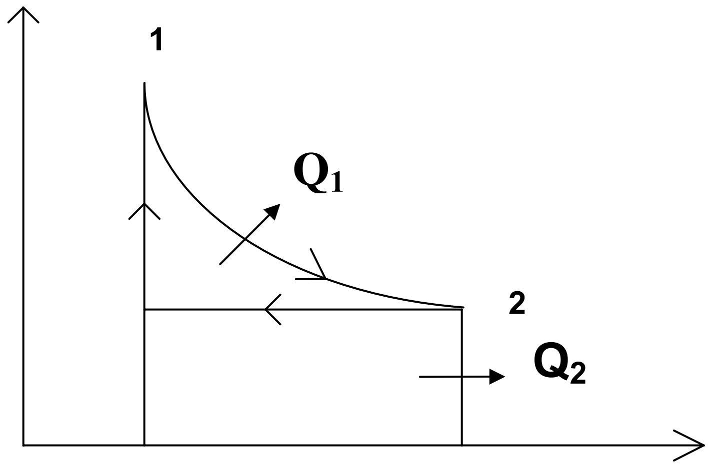


Fig . 2 – schema reale di conversione energetica

Tutto questo è scritto nell'enunciato di Clausius anche se apparentemente sembrerebbe falso perchè ha usato dei termini sbagliati in quanto non bisogna parlare di una situazione generale ma analizzare il caso specifico e i due stati fisici alla fine risultano uguali e non differenti. E' uno stato ciclico , cioè facendo il percorso inverso scopro che ho meno lavoro e che ho disperso un calore $\mathbf{Q_2}$ nell'ambiente . Quindi l'enunciato di Clausius risulta essere vero se lo esprimiamo agli apparati ciclici ; la quota del calore dissipato all'ambiente è sempre notevole (intorno al 60%) . Questo enunciato ha costituito la base per la formulazione del 2°principio della termodinamica .

Rendimento di conversione

La formula del rendimento è la seguente :

$$\boldsymbol{\eta} = \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{Q_1}} = \frac{\text{ciò che ho ottenuto}}{\text{ciò che ho speso}} \quad [\ \mathbf{J}\ ] \tag{10}$$

Non si considera tenere utile il calore dato all'ambiente ($\mathbf{Q_2}$)

Il coefficiente $\boldsymbol{\eta}$ è indicato anche tramite il coefficiente $\boldsymbol{\varepsilon}$ ed è chiamato <u>coefficiente economico</u> . Tale coefficiente ha un limite secco che è stato calcolato da Carnet , e vale :

$$\boldsymbol{\varepsilon_c} = 1 - \frac{\mathbf{T_2}}{\mathbf{T_1}} \tag{11}$$

Bisogna ricordare che in questa equazione le temperature appaiono come rapporto e non come differenze ed è per questo motivo che dobbiamo usare come loro unità di misura i **kelvin** [$T^{k} = T^{°c} + 273.15$] .

In questo modo abbiamo ottenuto la <u>macchina di carnot</u> (è una macchina ciclica) :

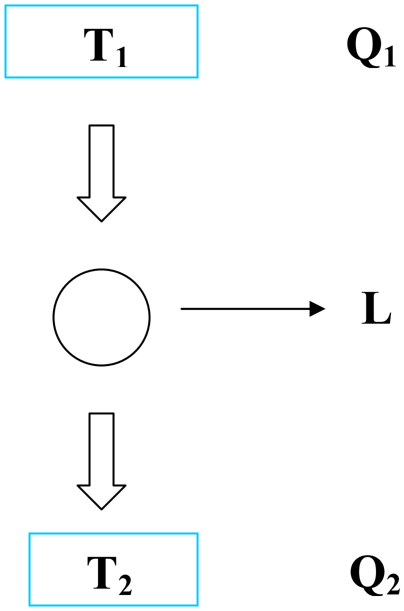


Fig . 3 – macchina di carnot a ciclo reversibile

La macchina avente il ciclo contrario alla precedente è la macchina frigorifera ; essa ha un costo di funzionamento elevato , però è un sistema ecologico e conveniente . Sono usate per il condizionamento estivo e per il riscaldamento invernale . Un esempio è la pompa di calore .

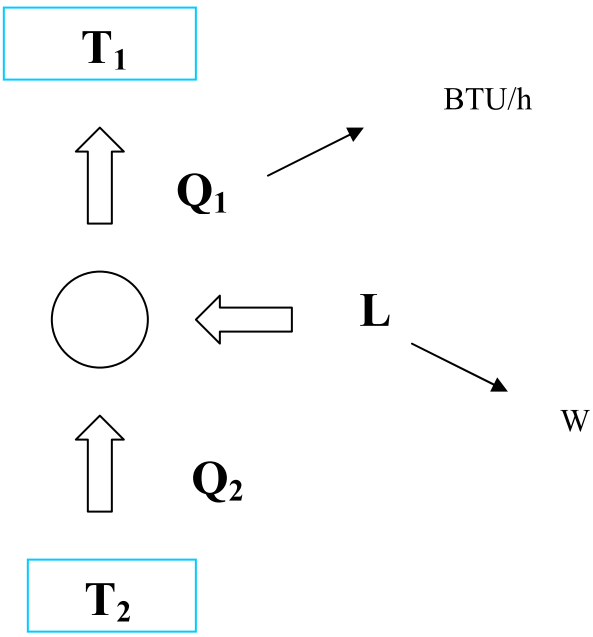


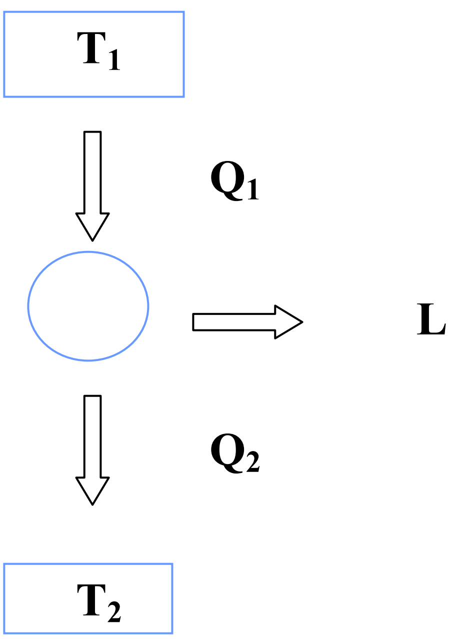
Fig. 4 – macchina frigorifera

La potenza elettrica si misura in **W**
La potenza termica si misura in **BTU/h**

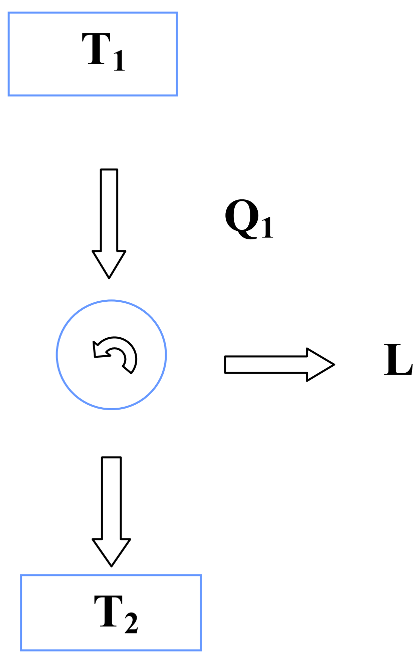
1 **BTU/h** = 1 british thermal unit → è simile alla nostra **Kcal ,** cioè e la quantità di calore che fà crescere di 1°farenaith la massa di 1 libra di acqua .

$$1\ \mathbf{BTU/h} = 1\ \mathbf{KJ} \rightarrow 1\ \mathbf{BTU/h} = \frac{1\ \mathbf{KJ}}{3600\ \mathbf{s}} = \frac{1000\ \mathbf{J}}{3600\ \mathbf{s}} = \frac{1}{3.6\ \mathbf{W}} \rightarrow 1\mathbf{W} = 3.6\ \mathbf{BTU/h}$$

CICLO DIRETTO



CICLO INVERSO



Ciclo inverso

Indicheremo con η_F il rendimento della macchina frigorifera e con **COP** il coefficiente di prestazione .

$$\eta_F = \frac{Q_2}{L} > 1 \quad \text{in estate} \tag{12}$$

$$COP = \frac{Q_1}{L} > 1 \quad \text{in inverno} \rightarrow Q_1 = Q_2 + L \tag{13}$$

Esiste un legame fra le due formule :

$$\mathbf{COP} = \frac{\mathbf{Q_2}}{\mathbf{L}} + \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{L}} = \eta_F + 1 \tag{14}$$

Per esempio se $\eta_F = 2$ il coefficiente **COP** = 3 e 1**J** di lavoro = 2**J** di calore
Se voglio convertire il lavoro o il calore , il rendimento è al massimo 1 . Quello che noi andiamo a rappresentare non sono grandezze omogenee perché il lavoro vale molto più del calore .

Ciclo diretto

$$\varepsilon_c = \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{Q_1}} = 1 - \frac{\mathbf{T_2}}{\mathbf{T_1}} \tag{15}$$

$$\mathbf{COP_C} = \frac{1}{\varepsilon_c} = \frac{1}{1-\frac{\mathbf{T_2}}{\mathbf{T_1}}} = \frac{\mathbf{T_1}}{\mathbf{T_1} - \mathbf{T_2}} \quad \rightarrow \text{macchina di Carnot .} \tag{16}$$

Il coefficiente exergetico è il vero indicatore per controllare se il rendimento di una macchina è buono , esso è indicato come :

$$\eta_{ex} = \frac{\mathbf{COP}}{\mathbf{COP_C}} \tag{17}$$

Il coefficiente exergetico rappresenta la parte di exergia presente nell'energia totale (questa quota è convertibile in lavoro) , la restante parte si chiama anergia ed è la parte meno pregiata (non si può convertire in lavoro) . Il valore economico dell'energia dipende dalla quantità di exergia presente .

Esercizio

Una locomotiva viaggia su un piano inclinato , i dati sono i seguenti :
τ = 1 **h**
V = 80 **Km / h**
$\mathbf{T_1}$ = 100°**C**
$\mathbf{T_2}$ = 20°**C**
M = 100 **ton**

Vogliamo sapere qual è la pendenza della ferrovia .

$\mathbf{Q_1}$ deriva dalla quantità di combustibile bruciato

$\mathbf{M_{carb}}$ = 1 **ton / h**

Rendimento termodinamico

$\boldsymbol{\eta_t} = \dfrac{\boldsymbol{\varepsilon}}{\boldsymbol{\varepsilon_c}} = 25\ \%$ Potere calorifero = 14000 **BTU / libra**

↓

quantità di calore
creata bruciando
una quantità di carbone

Il lavoro ci darà la quantità di dislivello h che la mia locomotiva potrà affrontare.

$$\mathbf{Q_1} = 1000\ \mathbf{Kg} \cdot 14000\ \mathbf{BTU / lib} = 1000\mathbf{Kg} \cdot 14000\frac{\mathbf{KJ}}{\mathbf{Lib}} \cdot \frac{\mathbf{1\ lib}}{0.4536\mathbf{Kg}} = 30864197\ \mathbf{KJ}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = 0.25\ \boldsymbol{\varepsilon_c} \rightarrow 0.25 \cdot \left(1 - \frac{293\ \mathbf{K}}{373\ \mathbf{K}}\right) = 0.054$$

$$\mathbf{L} = \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \mathbf{Q_1} = 0.054 \cdot 30864197\ \mathbf{KJ} = 1760000\ \mathbf{KJ}$$

$$\boldsymbol{\Delta_{Ep}} = \mathbf{L} = \mathbf{Mgh} \rightarrow \mathbf{h} = \frac{\mathbf{L}}{\mathbf{Mg}} = \frac{1760000\mathbf{KJ}}{100000\mathbf{Kg} \cdot 9.81\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{S^2}}} = 1790\ \mathbf{m} \rightarrow \text{è la nostra } \mathbf{h}$$

Adesso dobbiamo trovare l'angolo di inclinazione della ferrovia .

$$\mathbf{h} = a \text{ sen } \theta \qquad \boldsymbol{\theta} = \text{sen}^{-1} \frac{h}{a} = \text{arc sen } \frac{1790}{80000} = 1.3°$$

Ora calcoliamo la pendenza .

$$\mathbf{p} = \frac{1790}{80000} = 0.022375 \rightarrow 2.2375\ \%\ (\text{ rapporto all'ipotenusa })$$

$$\mathbf{p} = \frac{1790}{79980} = 0.22380 \rightarrow 2.2380\ \%\ (\text{ rapporto alla base })$$

$$\mathbf{b} = \sqrt{80000^2 - 1790^2} = 79980\ \mathbf{m}$$