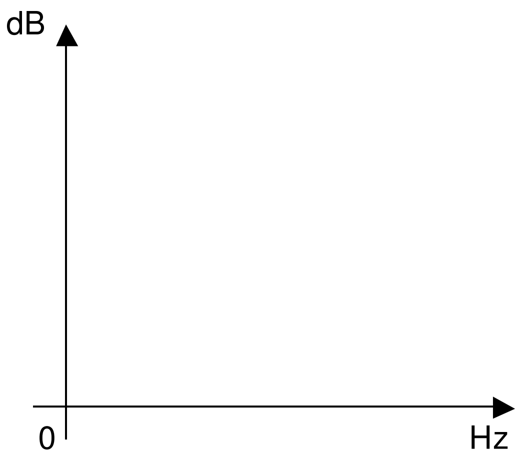
ANALISI DI FREQUENZA

Nello studio dell'acustica è molto importante l'analisi di frequenza del suono.

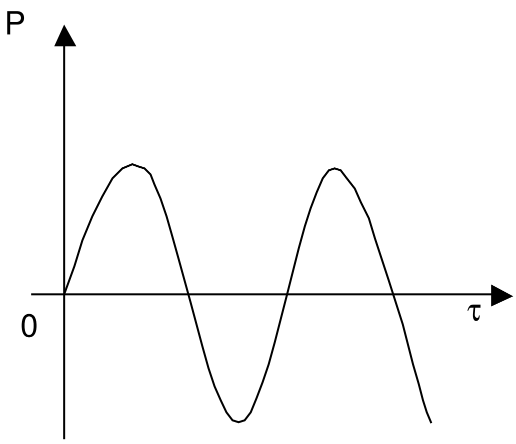
E' fondamentale infatti valutare, oltre al livello sonoro complessivo, cioè l'energia totale del suono, anche la sua distribuzione alle varie frequenze, soprattutto perché il campo sonoro udibile umano va dai 20 Hz ai 20000 Hz e l'orecchio umano non percepisce tutte le frequenze allo stesso modo.

L'analisi di frequenza ha come elemento fondamentale lo **spettro** del suono.

Definiamo spettro del suono una rappresentazione sul piano cartesiano, che mostra sull'asse delle ascisse la frequenza, misurata in Hz, e sull'asse delle ordinate il livello del segnale, misurato in dB.

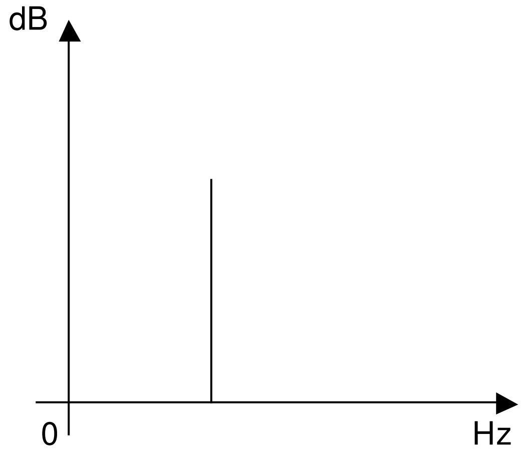


Definiamo **suono puro** quel suono che segue una perfetta legge sinusoidale a una frequenza.



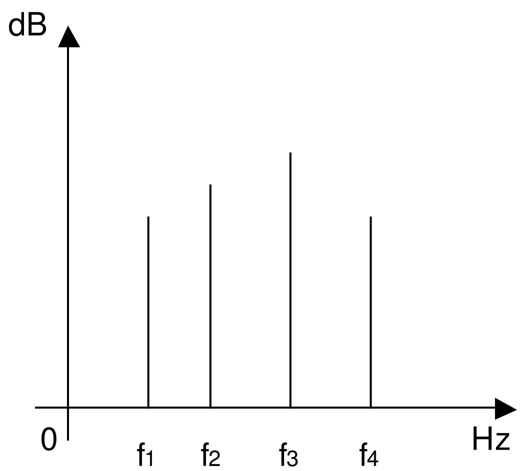
legge sinusoidale di un suono puro.

Lo spettro di un suono puro è rappresentato da una retta parallela all'asse del livello sonoro, cioè è una retta a frequenza costante.



Spettro di un suono puro.

In realtà, un suono puro rappresenta un caso puramente teorico: tutti i suoni che udiamo sono la sovrapposizione di tantissime sinusoidi.
Infatti, un suono reale non è un suono ad una unica frequenza, ma è costituito da più suoni puri a diverse frequenze, che si uniscono a costituire un suono armonico.



Spettro di un suono reale.

Definiamo **frequenza fondamentale** la frequenza f_1 , della quale tutte le altre frequenze sono multipli.
Quindi, lo spettro di un suono complesso ha, oltre la fondamentale f_1, anche altre armoniche f_2, f_3, f_4, f_5

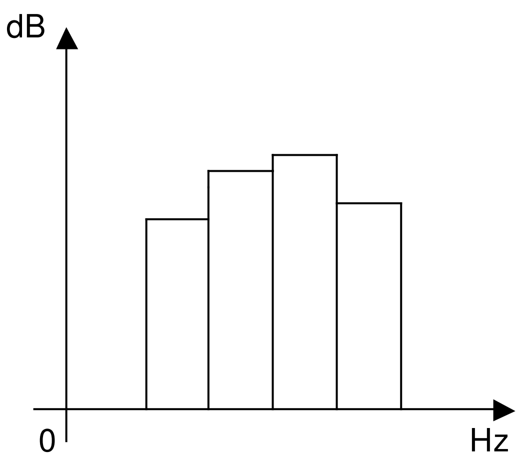
Chiamiamo **armoniche pari** quelle onde con frequenza $f_2, f_4, \ldots$
Chiamiamo **armoniche dispari** quelle onde con frequenza $f_3, f_5 \ldots$

Il carattere distintivo di uno strumento è il bilanciamento o meno di armoniche pari o dispari. Un suono ricco di armoniche pari è un suono dolce e melodioso; un suono ricco di armoniche dispari è un suono metallico.

ANALISI IN BANDA COSTANTE

Esistono però anche suoni caratterizzati da uno spettro non costituito da una sola riga, ma da un istogramma. Questo spettro si chiama **spettro in banda larga**.
Ad ogni banda, assunta lungo l'asse delle frequenze, corrisponde un valore costante di energia. Di conseguenza, in una rappresentazione in banda larga, non esiste il concetto di energia ad una frequenza specifica, ma soltanto all'interno di un banda.

Definiamo **analisi ad ampiezza di banda costante** un'analisi spettrale in cui ogni banda ha la stessa ampiezza Δf .



Spettro in banda costante.

Un esempio numerico può essere il seguente: poniamo

$$\Delta f = f_1 - f_2 = 10Hz \qquad (1)$$

e riproduciamo questo intervallo da 20 Hz a 20000 Hz: in questo modo eseguiamo un'analisi ad ampiezza di banda costante.

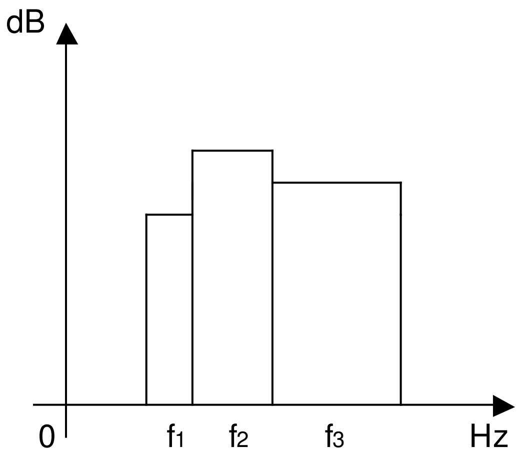
Una rappresentazione a banda costante, però, non rappresenta bene i fenomeni percettivi umani. La percezione umana, infatti, avviene in scala logaritmica.
Per questo, è stata definita una nuova rappresentazione in **bande d'ottava**.

ANALISI IN BANDE D'OTTAVA

In questa rappresentazione, di derivazione musicale, l'ampiezza di ogni banda è diversa: infatti

$$f_2 = 2f_1 \qquad (2)$$

Ogni banda, quindi, è il doppio della precedente, come mostra il seguente spettro in bande d'ottava.



Spettro di un suono in bande d'ottava.

In questo tipo di rappresentazione, graficamente tutte le bande vengono rappresentate, per comodità, con la stessa ampiezza, e sull'asse delle frequenze si riporta la **frequenza di centro banda**.
Definiamo frequenza di centro banda f_c un valore intermedio tra i due estremi di banda, calcolato così:

$$f_c = \sqrt{f_1 \cdot f_2} \qquad (3)$$

Se, per esempio, prendiamo una banda con frequenza di centro banda:

$$f_c = \sqrt{f_1 \cdot f_2} = 1000Hz \qquad (4)$$

Troviamo che

$$f_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} f_c = 707Hz \qquad (5)$$

$$f_2 = \sqrt{2} f_c = 1414Hz \qquad (6)$$

Adesso, per trovare la frequenza di centro banda successiva, si moltiplica per 2 la frequenza di centro banda iniziale; per trovare la frequenza di centro banda precedente la si divide per 2.
L'intero spettro visibile è coperto da 10 bande d'ottava, con le seguenti frequenze di centro banda:

f_{c1}	f_{c2}	f_{c3}	f_{c4}	f_{c5}	f_{c6}	f_{c7}	f_{c8}	f_{c9}	f_{c10}
31,5Hz	63Hz	125 Hz	250 Hz	500 Hz	1 kHz	2 kHz	4 kHz	8 kHz	16 kHz

In realtà, 10 bande sono insufficienti per rappresentare il range di sensibilità umana con una giusta precisione. Quindi si è cercato di frazionare la banda in sottobande, per ognuna delle quali rimanesse invariata la relazione (2)

$$f_2 = 2f_1 \qquad (2)$$

Se si divide la banda d'ottava in 3 parti si ottengono bande a $1/3$ d'ottava; se la si divide in 6 parti si ottengono bande ad $1/6$ d'ottava, e così via.
Il livello energetico di una banda $1/3$ d'ottava è minore del livello energetico della banda iniziale, poichè

$$E_1 + E_2 + E_3 = E_{iniz} \qquad (8)$$

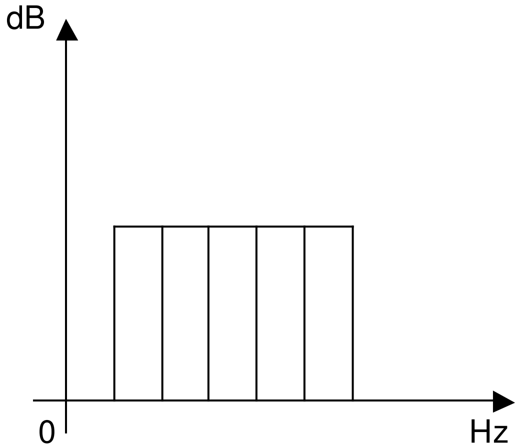
Quindi, più si suddivide un'ottava e più i livelli delle sottobande diminuiscono.

Per effettuare un' analisi in frequenza di segnali stazionari si utilizzano filtri passa-banda, cioè una serie di dispositivi, ciascuno dei quali permette il passaggio solo di un determinato range di frequenze. Ponendo uno strumento di misura all'uscita di ogni filtro è possibile misurare il livello di ogni preciso intervallo di frequenza.

Ci poniamo adesso una domanda: esiste un suono il cui spettro sia piatto?

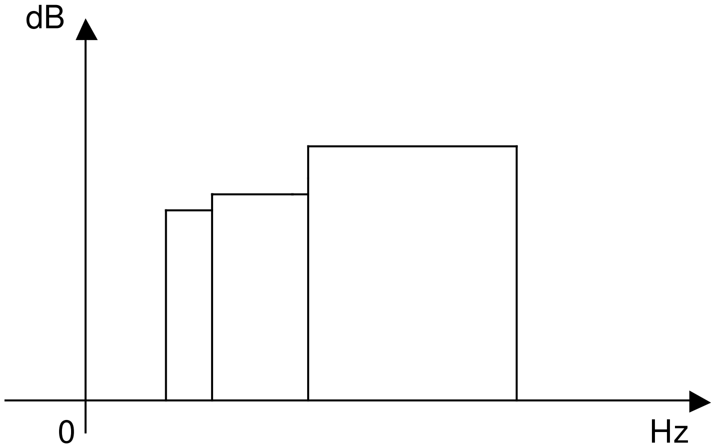
Un suono con spettro piatto è un suono il cui livello sonoro resta costante.

In base al tipo di analisi spettrale che effettuiamo otteniamo risposte diverse.
Definiamo **suono bianco** il suono con spettro piatto a banda costante. Lo spettro del suono bianco, in un'analisi in banda costante, mostra lo stesso livello energetico nelle varie bande.



Spettro di un suono bianco a banda costante.

Se adesso sottoponiamo il suono bianco ad un’analisi in bande d’ottava, otteniamo uno spettro simile al seguente:

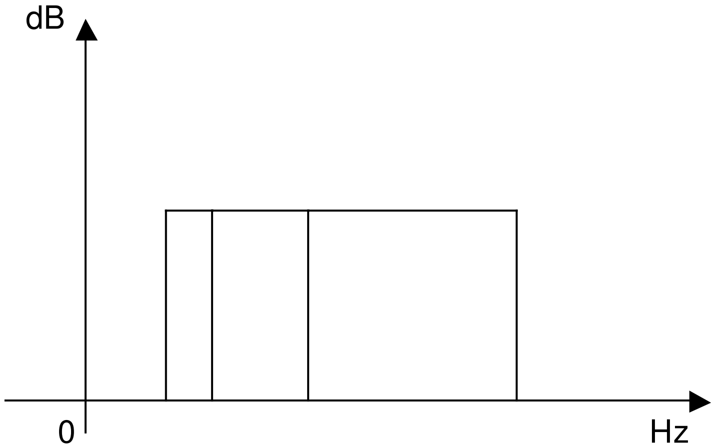


Spettro di un suono bianco in bande d’ottava.

Notiamo che lo spettro in bande d’ottava di un suono bianco è caratterizzato dall’aumentare del livello sonoro, con l’aumento della frequenza. La differenza tra il livello di una banda e il livello della banda successiva è pari a

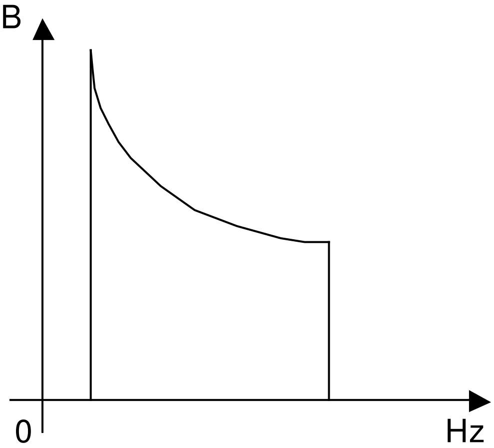
$$\Delta dB = \frac{3dB}{ottava} \qquad (9)$$

Definiamo **suono rosa** il suono con spettro piatto in bande d’ottava. Lo spettro del suono rosa, in un’analisi in bande d’ottava, mostra lo stesso livello energetico per ogni banda d’ottava.



Spettro di un suono rosa in bande d'ottava.

Se adesso analizziamo il suono rosa con uno spettro in banda costante, otteniamo una curva decrescente:



Spettro di un suono rosa a banda costante.

La "pendenza" di questa curva è:

$\Delta dB = 3dB$ per raddoppio (10)

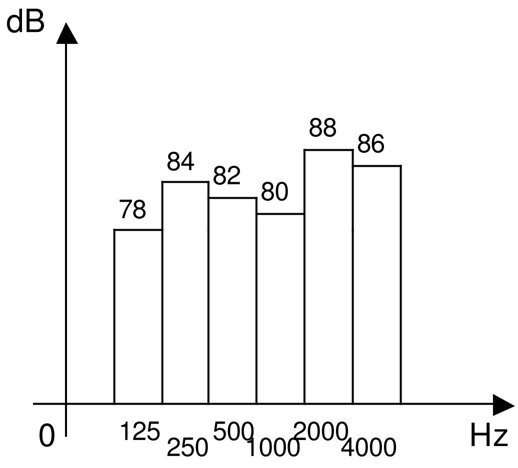
Se utilizzassimo, come asse delle frequenze, un asse logaritmico, otterremmo una retta decrescente e non una curva.

Abbiamo così ottenuto che lo spettro di un suono bianco in bande d'ottava e lo spettro di un suono rosa a banda costante sono entrambi rappresentati da rette, ma con pendenze opposte.

Questi 2 suoni (bianco e rosa) non esistono nella realtà, ma vengono utilizzati come modelli per l'analisi di suoni reali. Il suono rosa, infatti, è il modello per le sorgenti sonore a bassa frequenza; il suono bianco,invece, per quelle ad alta frequenza.

ESERCIZIO

Supponiamo di aver eseguito l'analisi di un suono in bande d'ottava. Abbiamo ottenuto 6 bande d'ottava, per ognuna delle quali conosciamo il livello sonoro.



Quant'è il livello energetico complessivo di questo spettro?

Ogni banda deve essere considerata come una sorgente singola. Il livello totale si ricava dalla formula (11):

$$L_{tot} = 10 \cdot \lg_{10}\left[10^{\frac{78}{10}} + 10^{\frac{84}{10}} + 10^{\frac{82}{10}} + 10^{\frac{80}{10}} + 10^{\frac{88}{10}} + 10^{\frac{86}{10}}\right] = 92{,}046\,dB \qquad (11)$$

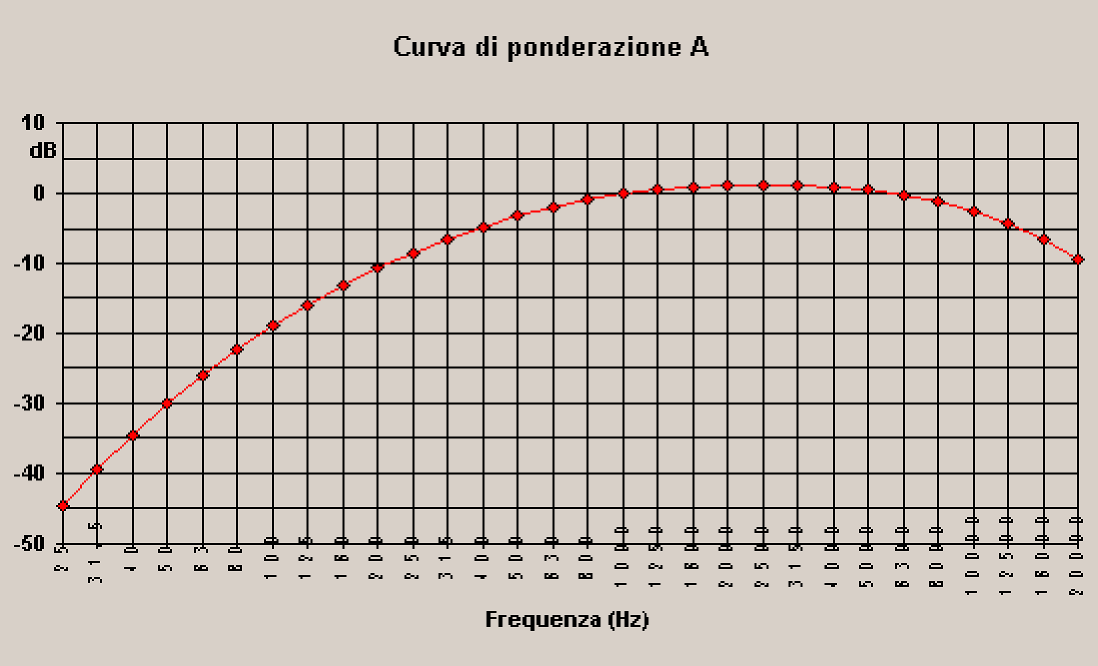
Il livello energetico ottenuto si indica graficamente con una ulteriore banda alta 92dB.

Il valore ottenuto, però, è un valore lineare, cioè un valore in cui tutte le frequenze contribuiscono al livello totale in ugual modo.

In realtà, però, noi non percepiamo tutto allo stesso modo: il nostro sistema uditivo percepisce bene le frequenze medio alte,ma percepisce male le alte e le basse frequenze. Quindi è necessario correggere questa analisi per raggiungere una migliore approssimazione del sistema uditivo umano.

PONDERAZIONE A

La ponderazione A tiene conto della risposta percettiva umana e indica i valori dell'attenuazione umana alle diverse frequenze.



Frequenza	Correzione
25	-44,7
31,5	-39,4
40	-34,6
50	-30,2
63	-26,2
80	-22,5
100	-19,1
125	-16,1
200	-10,9
250	-8,6
315	-6,6
400	-4,8
500	-3,2
630	-1,9
800	-0,8
1000	0
1250	0,6
1600	1
2000	1,2
2500	1,3
3150	1,2
4000	1
5000	0,5
6300	-0,1
8000	-1,1
10000	-2,5
12500	-4,3
16000	-6,6
20000	-9,3

Quindi adesso leggo dalla tabella i valori di correzione che devo adottare per ogni frequenza:

Frequenza	Livello in dB	Livello in dB(A)
125	78	61.9
250	84	75,4
500	82	78,8
1000	80	80
2000	88	89.2
4000	86	87

Il valore in dB(A) è ottenuto sommando al valore in dB il rispettivo fattore di correzione che leggiamo dalla tabella.

Calcoliamo ora il **livello ponderato A**: è sufficiente, ad ogni frequenza, applicare i fattori correttivi tabulati.

$$L_{tot} = 10 \cdot \log_{10}\left[10^{\frac{61.9}{10}} + 10^{\frac{75.4}{10}} + 10^{\frac{78.8}{10}} + 10^{\frac{80}{10}} + 10^{\frac{89.2}{10}} + 10^{\frac{87}{10}}\right] = 91.88 dB(A) \qquad (12)$$

Come possiamo notare, il livello in dB(A) ottenuto è minore di quello in dB, poiché l'utilizzo della ponderazione A porta all'eliminazione di un elevata quantità di rumore presente in bassa frequenza.