FLUIDODINAMICA

La fluidodinamica è la parte della meccanica che si occupa della dinamica dei fluidi all'interno ed all'esterno di condotti. Essa descrive lo stato termodinamico e meccanico delle sostanze che sottoposte a forze esterne si deformano, senza mostrare alcuna tendenza a conservare la propria forma.

A partire quindi dall'esperimento che ne ha determinato la scoperta, ci si prefigge di illustrare il moto dei fluidi in un condotto e le leggi che lo governano,per portare poi l'attenzione sul diagramma di Moody, di notevole interesse pratico.

ESPERIMENTO DI REYNOLDS

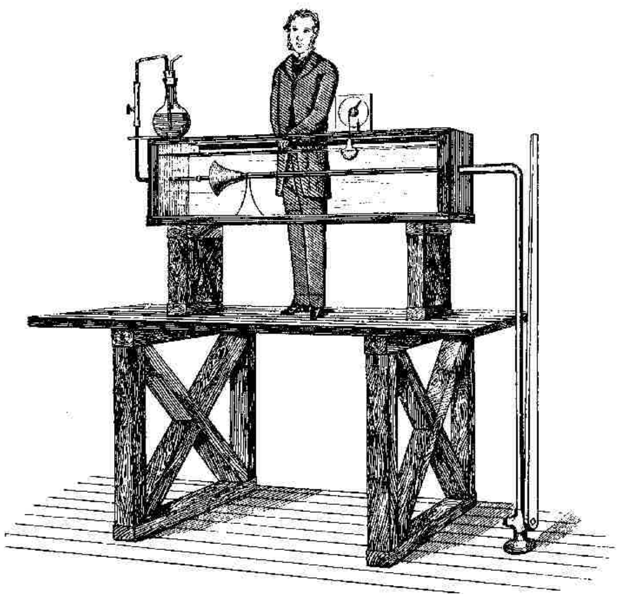


Fig. 1 – L'impianto costruito da Reynolds

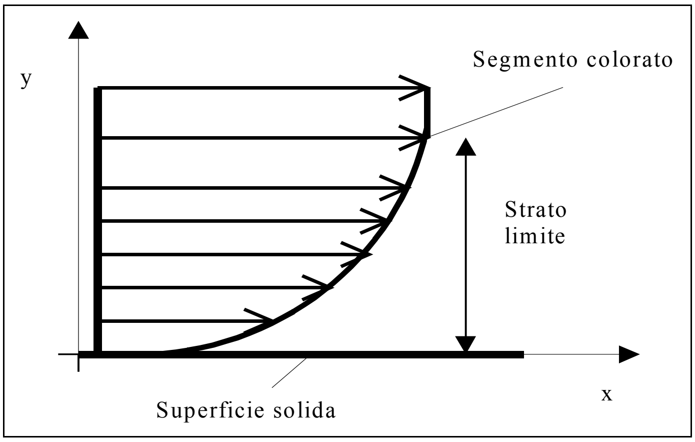
All'interno di una cassa dalle pareti di vetro, riempita con acqua, viene posto un tubo di vetro con un imbuto di legno verniciato e perfettamente collimante con il bordo del tubo. Il tubo prosegue al di fuori della cassa, scende al di sotto del piano della vasca fino ad arrivare a una valvola **V** (in basso a destra) azionabile tramite una lunga leva. Dal lato opposto, all'esterno della cassa, è situata un'ampolla **A** (in alto a sinistra) che contiene liquido colorato ed è collegata mediante un condotto che termina ad ugello all'interno dell'imbuto di legno.

L' immissione del liquido colorato nel condotto viene regolata tramite un rubinetto **R** (nel tubo che entra nell'ampolla). All'apertura della valvola **V** all'interno del tubo si crea un flusso d'acqua che può essere colorato agendo sul rubinetto **R** che permette il rilascio del colorante.

In questo modo Reynolds osservò che aprendo lentamente la valvola, l'acqua scorreva nel condotto in modo lineare, mentre aprendola velocemente l'acqua compiva vortici e gorghi all'interno del condotto.

VISCOSITA'

E' necessario introdurre una nuova grandezza quando si parla di moto di un fluido dentro un corpo, utile per le trattazioni successive: la viscosità.
Si definisce la viscosità come l'insieme delle forze tangenziali fra superficie e fluido e fra stati di fluido diversi che si oppone al moto di questi fluidi rispetto alla superficie con una certa velocità (non costante).

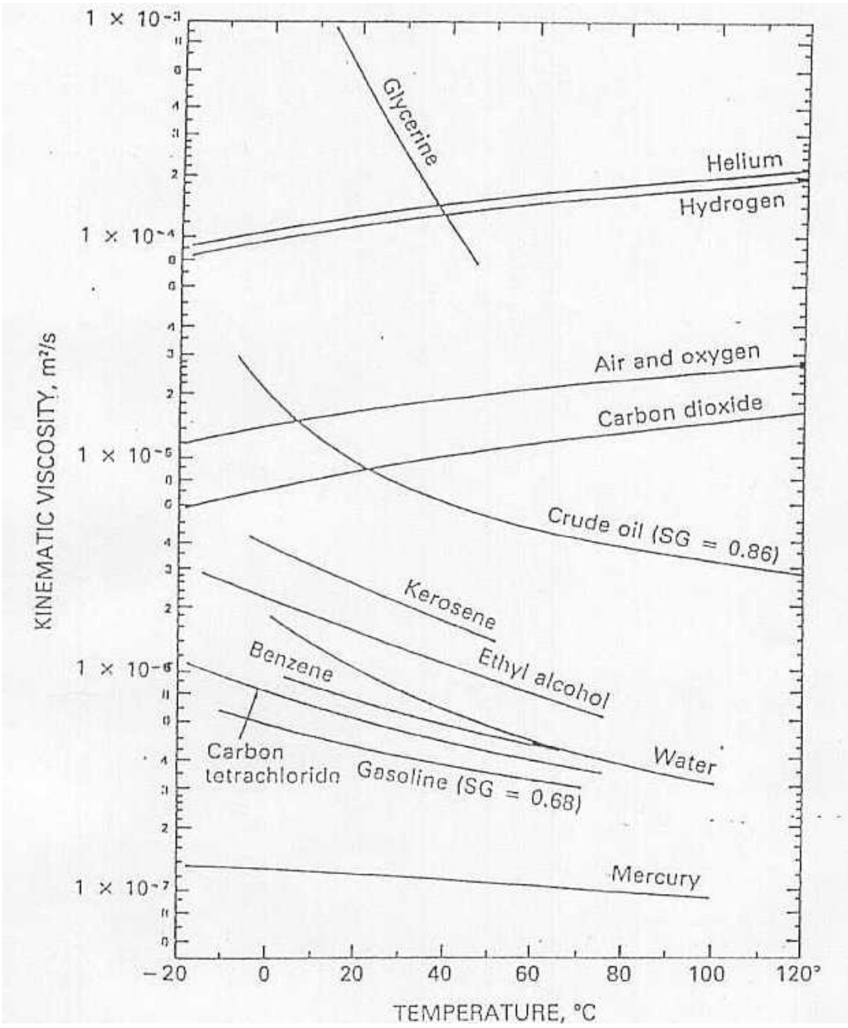


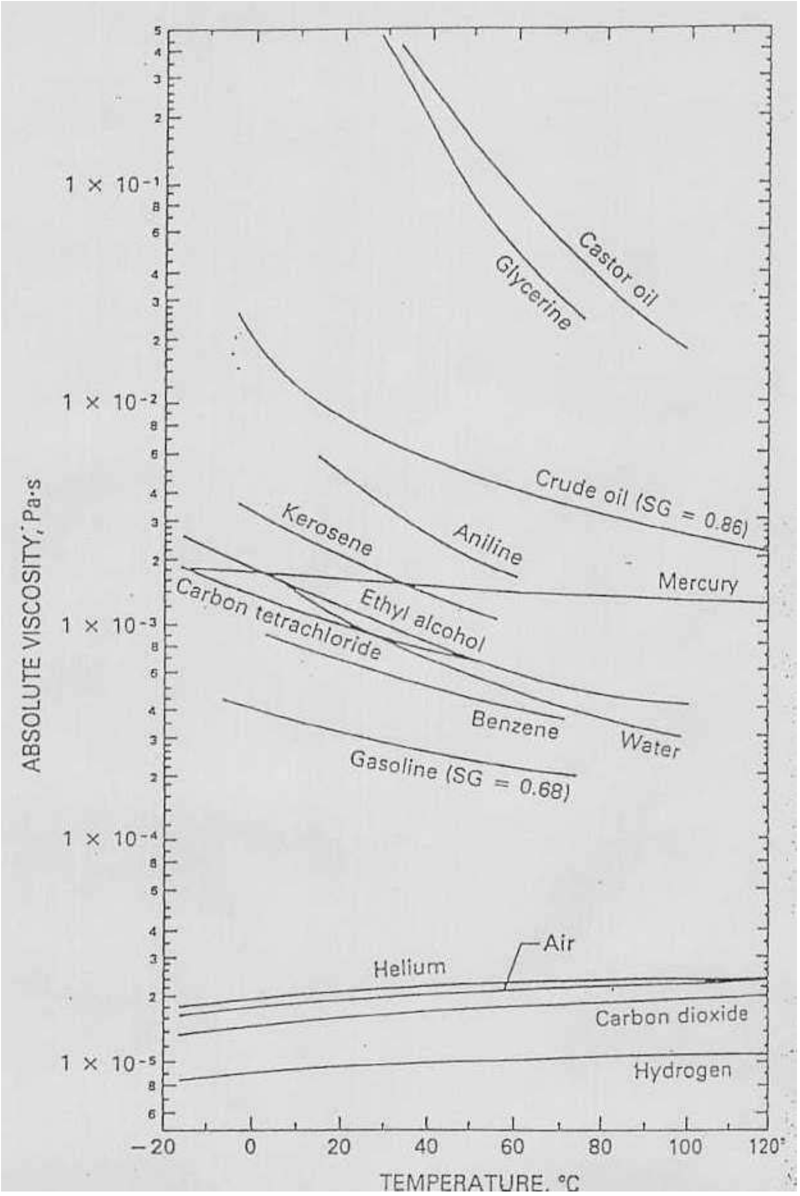
La particella a contatto con la superficie solida non si è spostata per cui si è nell'ipotesi di aderenza, infatti in tutti i fluidi le particelle a diretto contatto con i confini solidi non scorrono rispetto al confine stesso.
Si definisce viscositá cinematica il rapporto:

$$\upsilon = \frac{\mu}{\rho} = \frac{[Pa]}{[kg]}\frac{[s]}{[m^{-3}]} = \frac{[m^2]}{[s]}$$

dove μ viscosità dinamica e ρ

La viscosità non è costante ma varia con la temperatura: decresce all'aumentare della T come si può osservare dalle seguenti tabelle :




Castor oil
Glycerine
Crude oil (SG = 0.86)
Aniline
Kerosene
Mercury
Ethyl alcohol
Carbon tetrachloride
Benzene
Water
Gasoline (SG = 0.68)
Air
Helium
Carbon dioxide
Hydrogen
ABSOLUTE VISCOSITY, Pa·s
TEMPERATURE, °C
1 × 10⁻¹
1 × 10⁻²
1 × 10⁻³
1 × 10⁻⁴
1 × 10⁻⁵
−20
0
20
40
60
80
100
120°

MOTO DEI FLUIDI

In base alle osservazioni effettuate quindi, Reynolds distinse due tipi diversi di moto di un fluido viscoso all'interno di un condotto, definiti successivamente **regime laminare** e **regime turbolento**.

MOTO LAMINARE: Lo scorrimento del fluido avviene per strati paralleli alle pareti del tubo, con velocità che varia a causa della viscosità strato-strato, e strato-parete. La velocità pertanto aumenta mentre ci avviciniamo al centro del condotto (diminuzione di resistenza).

MOTO TURBOLENTO: Lo scorrimento avviene in modo casuale e non si riesce a schematizzare il movimento delle particelle in modo preciso. Se un fluido possiede un regime turbolento perde più in fretta calore rispetto al regime laminare.

Ogni fluido presenta una velocità $\mathbf{w_c}$ alla quale avviene la transizione da un regime all’altro. Tale valore è stato definito **velocità critica** ed è funzione della densità ρ, della viscosità dinamica μ del fluido e del diametro **D** del condotto tramite un fattore di proporzionalità.

$$w_c = \mathrm{Re}\frac{\mu}{\rho D}$$

Reynolds verificò che tale fattore si mantiene costante per ogni tipo di fluido e di condotto, il suo valore venne definito, in suo onore, **numero di Reynolds** e si indica con **Re**. Esplicitando rispetto a **Re** otteniamo:

$$\mathrm{Re} = \frac{wD\rho}{\mu}$$

La stessa formula può essere riscritta indicando la viscosità cinematica ν come rapporto tra la densità ρ e viscosità dinamica μ.

$$\mathrm{Re} = \frac{wD\rho}{\mu} = \frac{wD}{\nu}$$

In funzione dei valori che **Re** può assumere si possono definire quattro intervalli secondo i quali varia il moto di un fluido:

1 $\mathrm{Re} < 2100$ moto <u>laminare</u> (a)
2 $2100 < \mathrm{Re} < 2500$ o $3500 < \mathrm{Re} < 4300$ <u>regime metastabile</u>
Il fluido mantiene il suo moto se non è disturbato
3 $2500 < \mathrm{Re} < 3500$ <u>regime instabile o di transizione</u>
Il fluido passa continuamente da moto laminare a turbolento.
Solitamente si cerca di evitare di far lavorare un fluido in questa zona. (b)
4 $\mathrm{Re} > 4300$ moto <u>turbolento</u> (c)

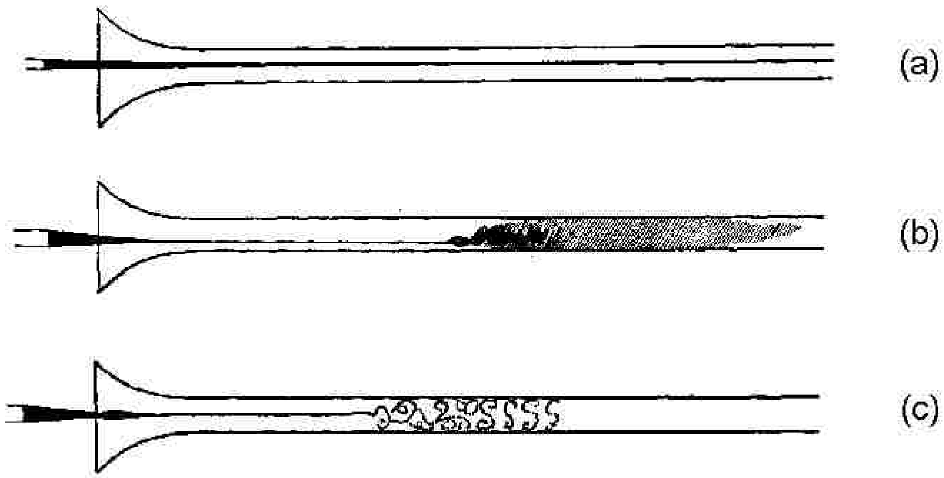


Fig. 2 – Disegni di Reynolds sui vari tipi di moto nel tubo

Vale:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho w D}{\mu}$$

dove con D si indica il diametro della sezione del condotto.

Nel caso di regime laminare in un condotto liscia a sezione circolare costante :

$$\Delta p = \frac{8\mu L w}{D^2}\frac{w}{w}\frac{p}{p} = \frac{64}{2\,\mathrm{Re}}\frac{L}{w}D^2 \longrightarrow \Delta p = \frac{64}{\mathrm{Re}}\frac{L}{D}\frac{w^2}{2}$$

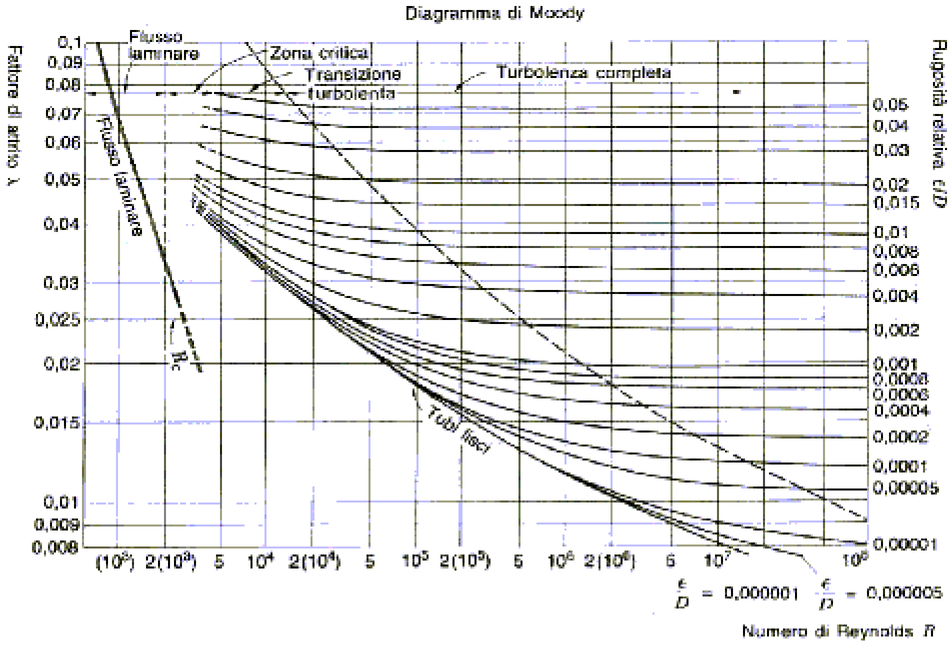
dove $\frac{64}{\mathrm{Re}}$ in questo caso identifica il fattore di attrito che chiameremo ξ .
Otteniamo così un'espressione più generale delle perdite di carico distribuite:

$$\frac{\Delta p}{\rho} = \xi \frac{L}{D}\frac{w^2}{2}$$

Nel caso di regime turbolento la relazione di ξ è più complessa e dipende oltre che da Re anche dalla scabrezza relativa del condotto $\frac{\varepsilon}{D}$.

$$\frac{1}{\sqrt{\xi}} = 1.14 - 2\log\frac{\varepsilon}{D}.$$

Il comportamento del fattore di attrito si studia grazie al diagramma di Moody qui rappresentato.



Si divide essenzialmente in 3 zone:la prima, sulla sinistra, rappresenta l'andamento del fattore di attrito per un fluido in regime laminare;la seconda, al centro, è la zona di transizione nella quale il fluido assume un comportamento intermedio, e la terza, a destra è la zona per un fluido in regime turbolento.

Ciascuna curva presente in questa zona si riferisce ad una diversa scabrezza relativa. In realtà non si è considerata la dipendenza (trascurabile) del fattore di attrito dalla distanza relativa dall'ingresso del fluido nel tubo $\frac{x}{D}$.

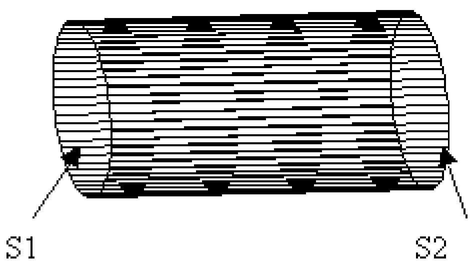
PERDITE DI CARICO

Le perdite di carico sono il rapporto fra le perdite di pressione e la densità di un fluido che si verificano lungo un qualsiasi impianto idraulico. Esse si possono classificare in:

- Perdite di carico distribuite lungo tutto il condotto dovute a scabrezza della condotta e a viscosità del fluido.
- Perdite di carico localizzate causate da irregolarità geometriche poste lungo il condotto.

PERDITE DI CARICO DISTRIBUITE

Si considera la velocità media di un fluido lungo un condotto cilindrico a sezione costante:



$$w = \frac{(p_1 - p_2)\,\mathrm{Re}^2}{8\mu L}$$

dove con p1 e p2 sono le pressioni in corrispondenza delle sezioni specifiche, Re è il numero di Reynolds, μ la viscosità dinamica e L la lunghezza del condotto.

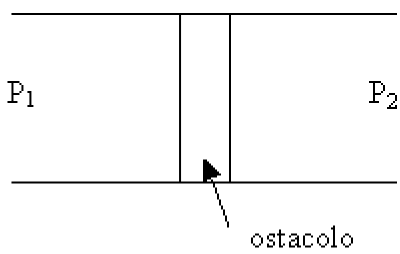
Si ricava la variazione di pressione:

$$\Delta p = \frac{8\mu L}{w\,\mathrm{Re}^2}$$

e si perviene all'espressione delle perdite di carico in funzione del numero di Reynolds che determina la differenza fra moto laminare e turbolento.

PERDITE DI CARICO CONCENTRATE

Le perdite di carico concentrate sono dovute ad irregolarità geometriche (variazioni di pressione, raccordi, ecc) oppure ad ostacoli (valvole, misuratori, filtri) presenti nel condotto dove scorre il fluido.

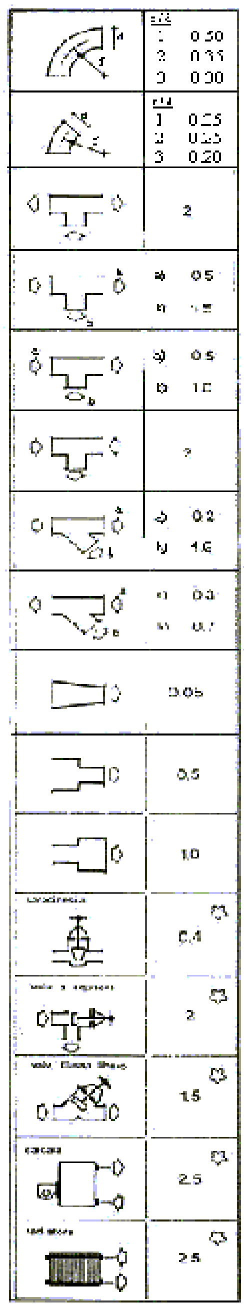


Matematicamente si possono esprimere come segue:

$$\frac{\Delta p}{\rho} = \beta \frac{w^2}{2}$$

dove β è il coefficiente di perdita concentrata che varia a seconda della discontinuità particolare che stiamo considerando e ρ la densità del fluido.

La tabella sotto è relativa al coefficiente β per vari tipi di discontinuità.



COEFF. β PER ALCUNE ACCIDENTALITA' PRESENTI IN UN CIRCUITO IDRAULICO.

	r/d: 1 0.50; 2 0.35; 3 0.30
	r/d: 1 0.25; 2 0.25; 3 0.20
	2
	a) 0.5; b) 1.5
	a) 0.5; b) 1.0
	[illegible]
	a) 0.2; b) 1.6
	a) 0.3; b) 0.7
	0.05
	0.5
	1.0
	0.4
	2
	1.5
	2.5
	2.5

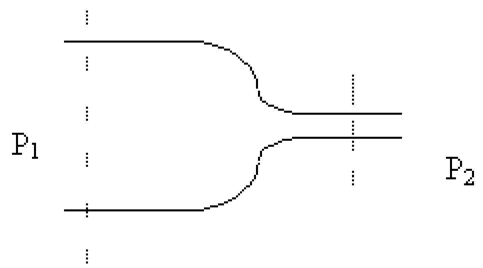
E' da notare che le perdite di carico concentrate non dipendono dalla lunghezza del condotto nel quale scorre il fluido.

Dall'espressione poi della portata in massa:

$$\dot{M} = \rho w A \longrightarrow w = \frac{\dot{M}}{\rho A}$$

(con A area della sezione del condotto)

si deduce che le perdite di carico concentrate dipendono dal quadrato della portata stessa. Si cerca infine di studiare la variazione della velocità del fluido in corrispondenza di un ostacolo (strozzatura), che provoca una variazione di pressione:



Nei 2 punti considerati la portata in massa deve essere la stessa:

$$\dot{M}1 = \dot{M}2 \qquad \rho_1 A_1 w_1 = \rho_2 A_2 w_2 \qquad w_2 = w_1 \frac{A_1}{A_2} = w_1 \frac{D_1^2}{D_2^2}$$

con D diametro della sezione circolare del condotto.

Nella progettazione pertanto di un sistema idraulico occorre tenere conto di entrambi i tipi di perdite: distribuite e concentrate.

$$\frac{\Delta p_{TOT}}{\rho} = \sum_i \xi_i \frac{L_i}{D_i} \frac{w_i}{2} + \sum_j \beta_j \frac{w_j^2}{2}$$

dove il primo termine del secondo membro dell'equazione è la sommatoria delle perdite di carico distribuite nei tratti in cui il condotto è rettilineo, mentre il secondo è la sommatoria delle perdite di carico concentrate dovuta alle discontinuità presenti nel sistema.

DIAMETRO EQUIVALENTE

Per poter studiare il moto dei fluidi in condotti di sezione qualsiasi occorre introdurre il concetto di diametro equivalente, così da poter utilizzare per le perdite distribuite, in condotti di qualsiasi sezione, la formula ricavata precedentemente.

Si definisce diametro equivalente il rapporto:

$$D_{eq} = \frac{4A}{Perimetro - bagnato}$$

con A area della sezione del condotto e con Perimetro bagnato il perimetro che il liquido tocca all'interno del condotto.
Si consideri ad esempio un condotto a sezione circolare di diametro D:

$$D_{equiv} = \frac{4\pi^2 D^2}{4\pi^2 D} = D$$

oppure una sezione quadrata di lato l:

$$D_{equiv} = \frac{4l^2}{4l} = l$$

Per le altre sezioni varia inoltre la formula del fattore di attrito, come illustrato sotto:

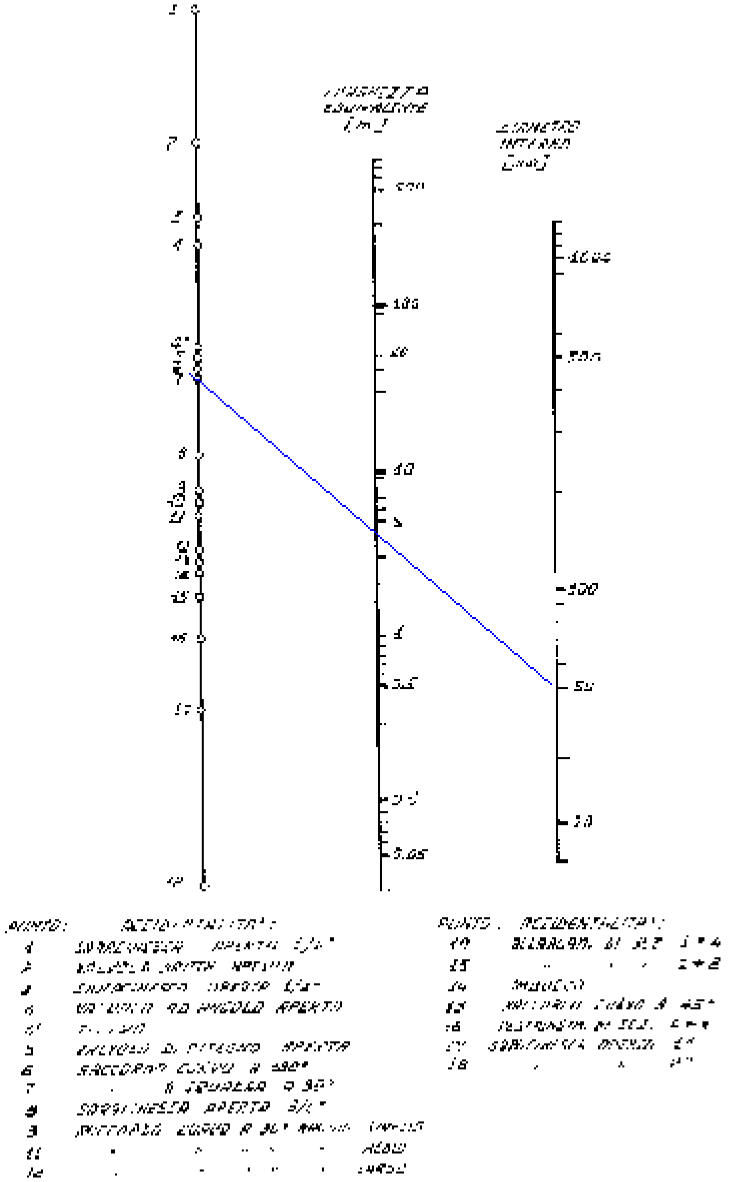
	LAMINARE	TURBOLENTO
SEZIONE	$a - f \cdot R_e$	$D_{eq} = 4A/P$
circolare D	64	D
quadrangolare h b	h/b 0.1 85 0.2 76 0.5 62 1.0 57	 1.82 h 1.67 h 1.33 h 1.00 h
triang. equilatero h	53	0.58 h
anulare h	96	2 h

SIMBOLOGIA

A area della sezione
D_{eq} diametro equivalente
f fattore di attrito
P perimetro bagnato

LUNGHEZZA EQUIVALENTE

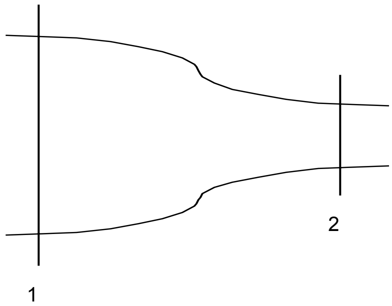
Per le perdite concentrate si introduce il concetto di lunghezza equivalente. In sostanza si rapporta la perdita di carico concentrata ad una perdita di carico distribuita su una determinata lunghezza di condotto.
La lunghezza equivalente riferita a tali perdite si ricava dal diagramma riportato sotto, in cui il primo asse sulla sinistra si riferisce al tipo di perdita concentrata che stiamo considerando, l’asse a destra al diametro interno del condotto espresso in mm ed infine l’asse nel mezzo alla lunghezza equivalente cercata in m.
Per esempio, consideriamo un raccordo a squadra 90°, con diametro interno del condotto di 50mm: la lunghezza equivalente per questa perdita di carico concentrata è di 4m. (linea blu sul grafico).



Utilizzando quindi la lunghezza equivalente, è possibile eliminare la dipendenza della perdita di carico totale dalle perdite di carico concentrate.

EQUAZIONE DI BERNOULLI

Si consideri un tubo di flusso all'interno di un condotto:



si supponga inoltre che il fluido si trovi in regime stazionario e si integri l'equazione di Navier sul tubo di flusso considerato,ciò che siricava è l'equazione di Bernoulli. Sono da notare le forti analogie con il 1°Principio della Termodinamica per i sistemi aperti:

$$\frac{\alpha_2 w_2^2 - \alpha_1 w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + (h_2 - h_1) = q - l$$

dove con h si intende l'entalpia specifica e con q il calore specifico del fluido considerato.

L'equazione di Bernoulli è largamente utilizzata in forma semplificata, se si considera infatti il fluido nel condotto con densità costante ρ=cost, si ha:

$$v = \frac{1}{\rho} \text{ (volume specifico costante)}$$

e quindi:

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + R = -l$$

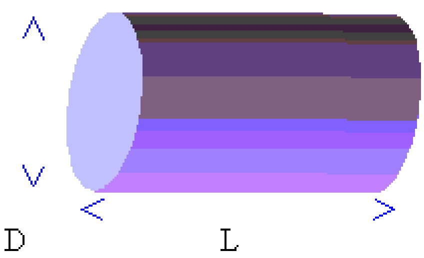
dove con R si intendono le perdite di carico trattate precedentemente:

$$R = -\frac{p_2 - p_1}{\rho} = \frac{p_1 - p_2}{\rho} = \frac{\Delta p}{\rho}$$

L'esercizio seguente mostra l'utilizzo del diagramma di Moody nel caso di perdite di carico distribuite.

ESERCIZIO

Calcolare le perdite di carico che si hanno in un condotto di lunghezza L a sezione circolare, diametro D costante, contenente ammoniaca.



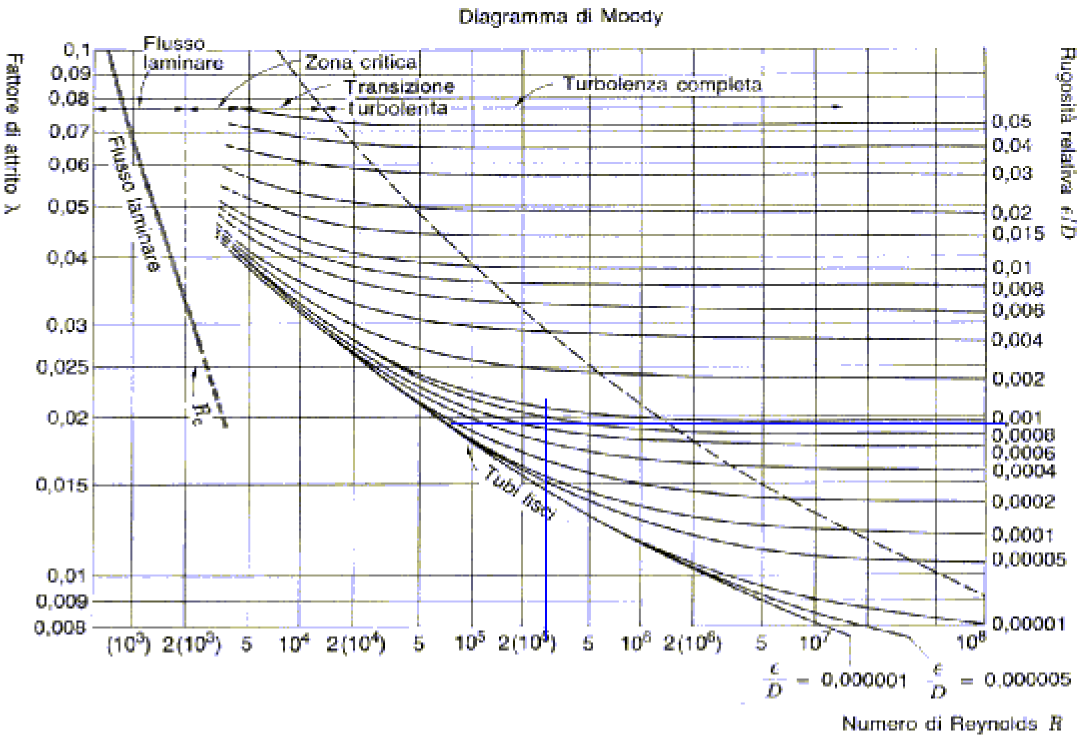
D=50.8mm (diametro condotto)
L=22.86m (lunghezza condotto)
T=-12.2°C (temperatura fluido)
W=21.3m/s (velocità fluido)
ε=0.046 10^{-3}m (asperità media condotto)
μ=8.6 10^{-6}Pa.s (viscosità dinamica)
ρ=2.1Kg/m^3 (densità ammoniaca)

Per determinare le perdite di carico occorre conoscere il fattore di attrito ξ che può essere ricavato dal diagramma di Moody.
Per prima cosa occorre capire in che regime di moto si muove il fluido all'interno del condotto pertanto si calcola il numero di Reynolds:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho w D}{\mu} = \frac{2.19 \cdot 21.3 \cdot 50.8 \cdot 10^{-3}}{8.6 \cdot 10^{-6}} = 2.76 \cdot 10^{5}$$

Si cade nella 3° zona del diagramma di Moody e quindi in regime turbolento.
Per potere trovare il fattore di attrito sul diagramma, si calcola anche la scabrezza relativa del condotto:

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.046 \cdot 10^{-3}}{50} = 0.0009$$



Si ottiene un fattore di attrito ξ=0.002 e quindi le perdite di carico relative alla sezione di condotto considerata sono:

$$\Delta p = \xi \frac{L}{D} \frac{w^2}{2} \rho = 0.002 \frac{22.86}{50.8 \cdot 10^{-3}} \frac{(21.3)^2}{2} 2.19 = 4580 Pa .$$