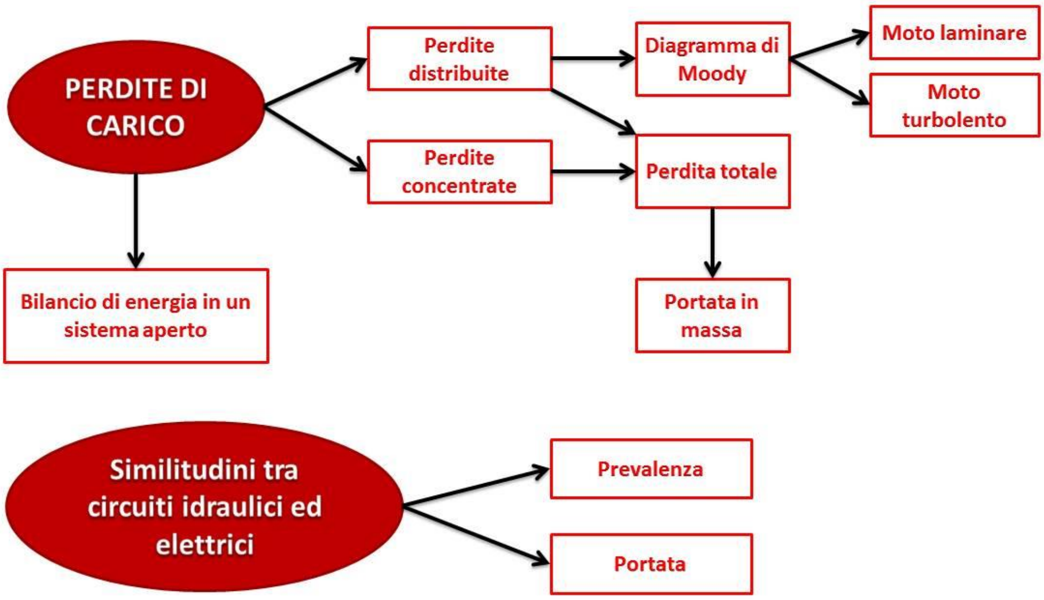


## PERDITE DI CARICO

Le **perdite di carico distribuite** (in un tubo liscio, dritto e privo di ostacoli) dipendono dalla lunghezza del tubo, quindi <u>la caduta di pressione tra la sezione 1 e la sezione 2 del tubo è direttamente proporzionale alla lunghezza</u> stessa.

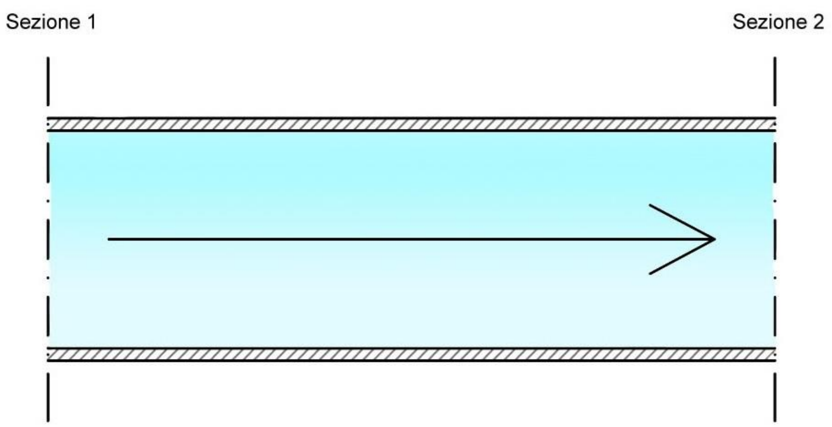


***Figura 1 –*** *Tubo liscio*

Le **perdite di carico concentrate** sono determinate da un ostacolo (ad esempio un restringimento, una valvola ecc.) presente nel tubo che, ostruendo il flusso del liquido nel condotto, determina una perdita di pressione che si somma a quella che si avrebbe tra le due sezioni se l'ostacolo non ci fosse.

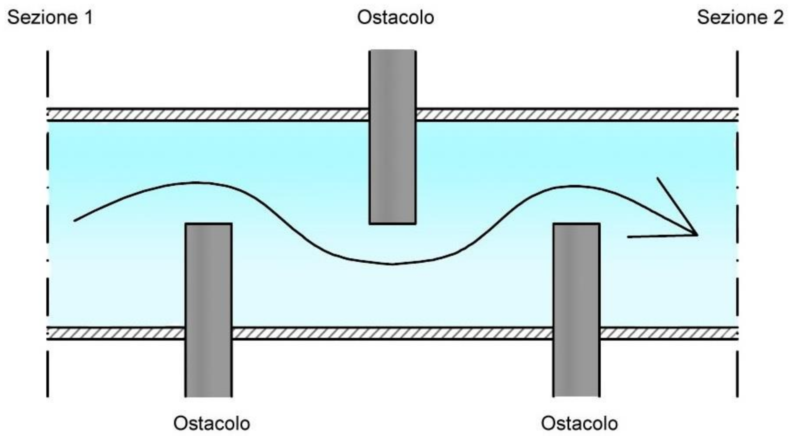


***Figura 2 –*** *Tubo con ostacoli*

Entrambe le perdite di pressione hanno a che fare con la velocità con cui il fluido scorre nel tubo. La **forza di attrito** è direttamente proporzionale al gradiente di velocità, e dipende dalla **scabrezza.**

Se la superficie non è liscia, il fluido subisce un attrito maggiore. Inoltre un tubo piccolo fa più attrito di un tubo grosso.

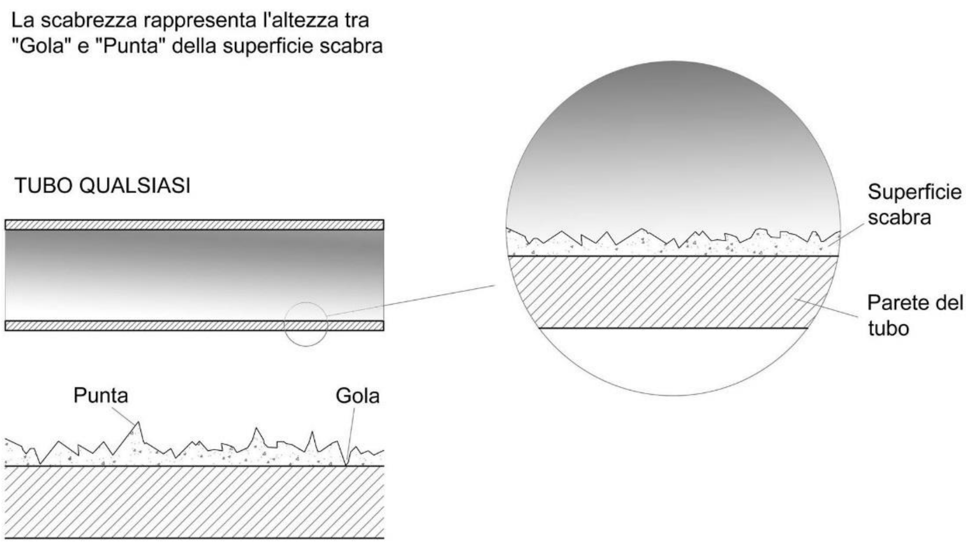


***Figura 3 –*** *Scabrezza*

Dunque la **perdita di carico** ($R$), quella che compare nell'equazione di bilancio dell'energia, è funzione di:

- **ε** (scabrezza)
- **D** (diametro)
- **Re** (numero di Reynolds)

## PERDITA DISTRIBUITA

Equazione perdita distribuita:

$$R_{DISTR} = \lambda \cdot \frac{W^2}{2} \cdot \frac{l}{D}$$ ,dove:

- $\lambda$: Lambda, detto **fattore d'attrito** o **coefficiente d'attrito**, è numero puro quindi senza unità di misura. Viene anche chiamato *(f, λ, ξ, Cf)*
- $\frac{W^2}{2}$: E' **l'energia cinetica** per unità di massa, scritta per un chilogrammo di massa del fluido che attraversa il tubo. Serve a dare al fattore R la proporzionalità con l'energia cinetica del fluido che sta scorrendo dentro al condotto. Il fluido che scorre nel condotto porta con se una sua energia cinetica; in un tubo lungo e dritto l'energia cinetica è costante.
- $\frac{l}{D}$: Rapporto tra lunghezza e diametro, detto fattore di forma, è un rapporto adimensionale.

Il fattore d'attrito lambda ($\lambda$) si può ricavare in funzione di Reynolds oppure tramite il **Diagramma di Moody**, che è un diagramma sperimentale.

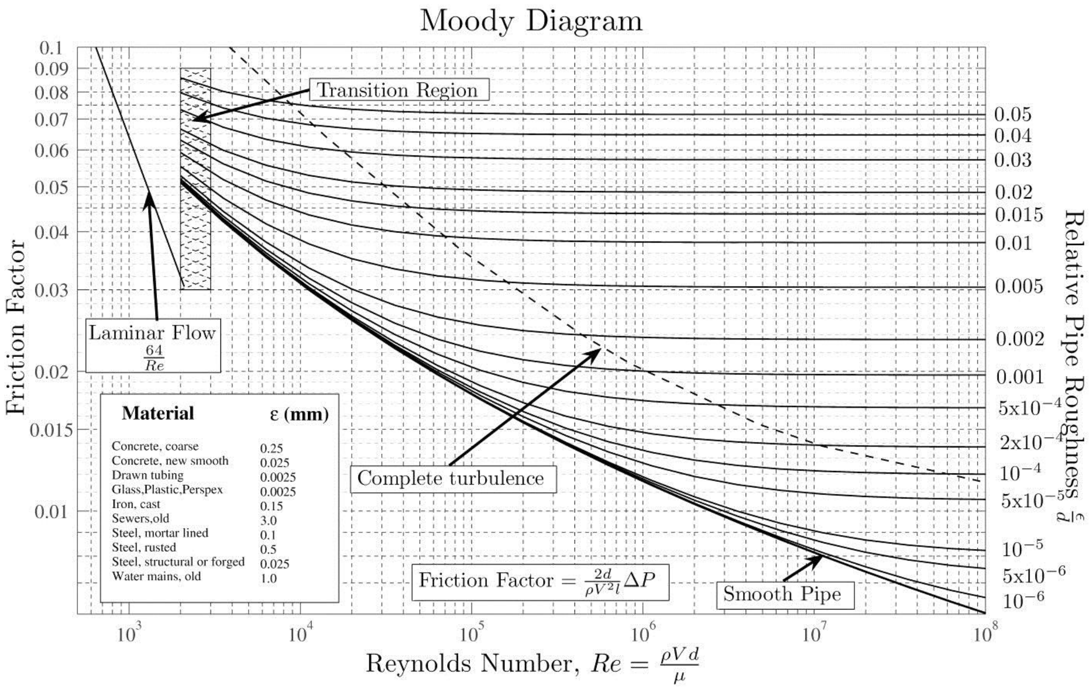


***Figura 4 -*** *Diagramma di Moody*

Questo diagramma correla tra loro tre grandezze espresse in scala logaritmica:

- Fattore d'attrito ($\lambda$): si trova in ordinata sulla sinistra
- Scabrezza relativa ($\frac{\varepsilon}{D}$): si trova in ordinata sulla destra
- Numero di Reynolds ($\mathrm{Re}$): si trova in ascissa, si ricava tramite l'equazione:

$$\mathrm{Re} = \frac{wD\rho}{\mu} = \frac{wD}{\upsilon}$$

Se:

- Re < 2300 il moto è **laminare**
- Re > 3000 il moto è **turbolento**
- 2300 < Re < 3000 ci si trova in una **zona di transizione** tra moto laminare e moto turbolento

## MOTO LAMINARE

Nel moto laminare (in cui corrono fluidi molto viscosi quali oli per motore, grassi, creme ecc.) vi è una retta sola ed il fattore d'attrito lambda si può ricavare dalla relazione:

$$\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}$$

La curva dovrebbe essere un'iperbole equilatera ma in realtà si vede solo una retta in quanto il fattore d'attrito è espresso in scala logaritmica. Calando la velocità del fluido, cresce il fattore d'attrito ma non le perdite di carico, in quanto queste crescono in modo lineare rispetto alla velocità.

- Come mai se aumenta la velocità si ha una diminuzione del fattore d'attrito?

In quanto, partendo dalla relazione $\lambda = \frac{64}{\mathrm{Re}}$, all'aumentare della velocità, aumenta il numero di Reynolds e dunque il coefficiente d'attrito ($\lambda$) si riduce.

## MOTO TURBOLENTO

Nel moto turbolento (in cui si muovono l'acqua e l'aria che, in quanto fluidi poco viscosi, non si muovono mai in moto laminare) si trovano più curve rispetto al moto laminare, in quanto sono determinate dal tipo di materiale di cui è composto il tubo, e la curva che si trova più in basso è quella dei tubi lisci.

Si ha un comportamento simile a quello del moto laminare se non che la riduzione del fattore d'attrito prima era molto veloce mentre in questo caso è più lenta.

Al crescere della velocità, la perdita di carico cresce più che linearmente e, se lambda diventasse costante, si avrebbe una perdita proporzionale al quadrato della velocità (cosa che si verifica con un tubo molto scabro).

<u>Per numero di Reynolds elevato è la scabrezza relativa che determina primariamente il fattore d'attrito</u>; la scabrezza relativa ($\frac{\varepsilon}{D}$) dipende dal materiale di cui sono fatti i tubi (si trova nella tabella sulla sinistra sul Diagramma di Moody).

Quando il numero di Reynolds supera il valore dato dalla linea tratteggiata si ha un moto fortemente turbolento.

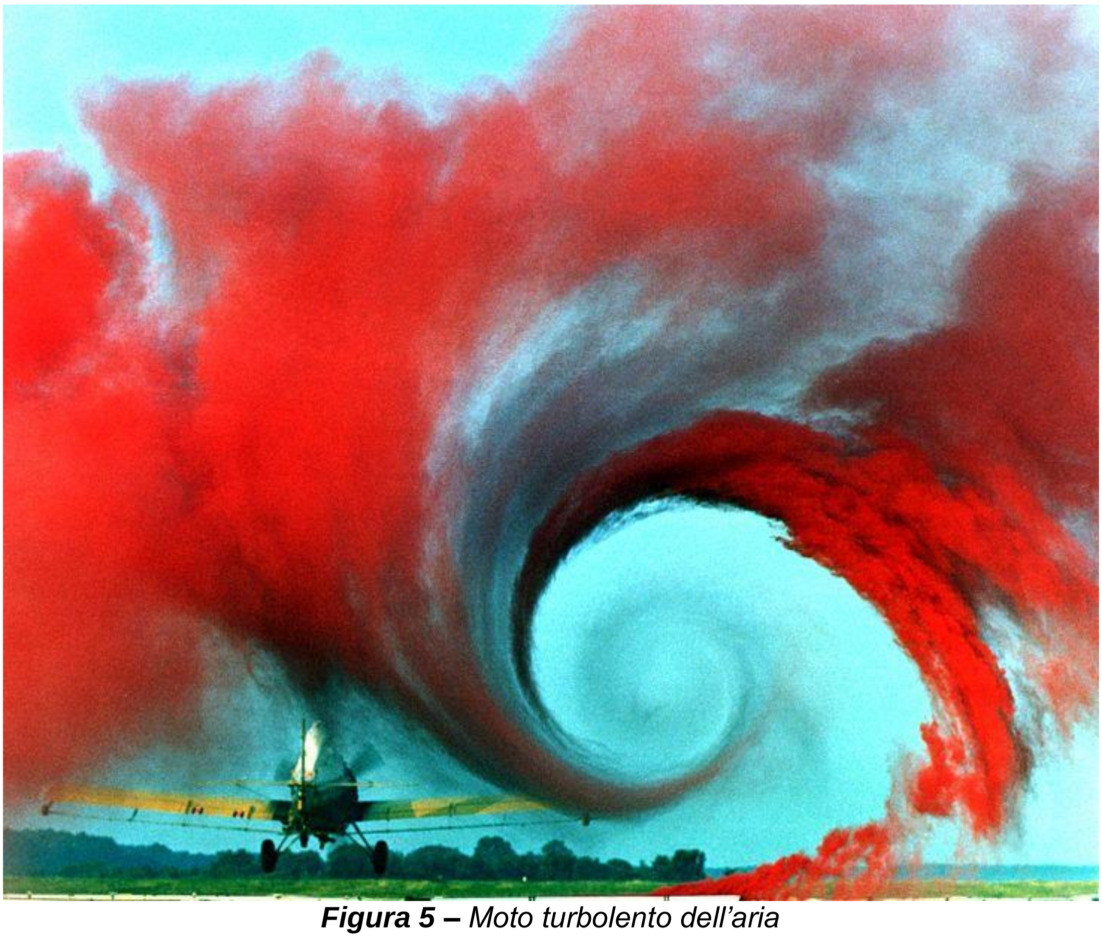

***Figura 5 –*** *Moto turbolento dell'aria*

## PERDITE DI CARICO CONCENTRATE

<u>Queste perdite si verificano a causa di diversi ostacoli lungo il condotto</u> come:

- Curve più o meno strette
- Raccordi a tre vie
- Convergenti raccordati bruschi e dolci
- Divergenti raccordati bruschi e dolci
- Valvole (rubinetti, saracinesche e tutti gli organi di regolazione degli impianti per regolare il flusso di acqua ed aria)

Equazione perdita concentrata:

$$R_{loc} = \beta \cdot \frac{w^2}{2}$$

La perdita concentrata è direttamente proporzionale all'energia cinetica $\frac{w^2}{2}$ che dimensionalmente sarà in $\left[\frac{J}{kg}\right]$ oppure in $\left[\frac{m^2}{s^2}\right]$. L'equazione della perdita concentrata è più semplice di quella distribuita perché non c'è il fattore geometrico $\frac{l}{D}$. Si trova però il **coefficiente d'attrito localizzato** ($\beta$) che è proprio della valvola che si utilizza ed è catalogato dalla ditta produttrice.

COEFF. β PER ALCUNE ACCIDENTALITA' PRESENTI IN UN CIRCUITO IDRAULICO.

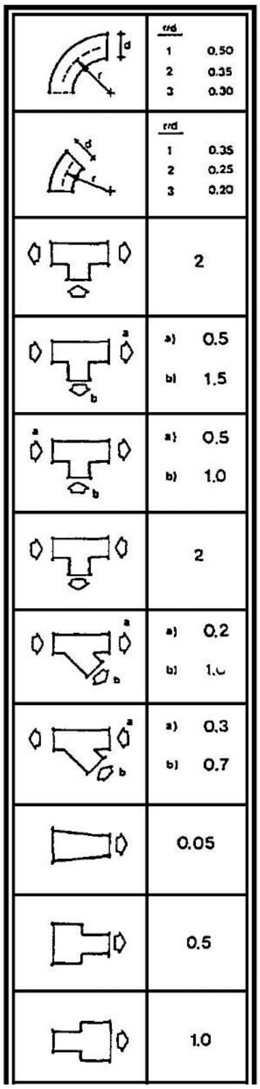


***Figura 6 –*** *Coefficiente Beta per accidentalità presenti in un circuito idraulico*

## PERDITA TOTALE

Per calcolare la perdita totale consideriamo ad esempio un tubo che parte con un diametro grosso, e poi un tubo con un diametro più piccolo con in mezzo ai due una brusca accidentalità come una valvola.

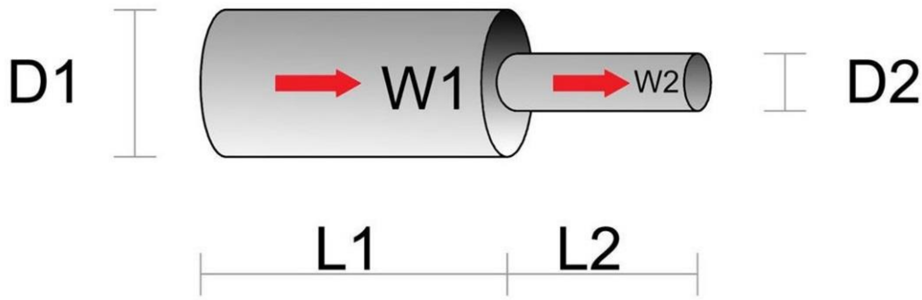


***Figura 7 –*** *Tubo grande e tubo piccolo*

Il tubo grande avrà una lunghezza $L_1$ e un diametro $D_1$, mentre il tubo piccolo ha un lunghezza $L_2$ e un diametro $D_2$.

Equazione perdita totale:

$$R_{Tot} = \lambda_1 \cdot \left(\frac{L_1}{D_1}\right) \cdot \left(\frac{w_1^2}{2}\right) + \lambda_2 \cdot \left(\frac{L_2}{D_2}\right) \cdot \left(\frac{w_2^2}{2}\right) + \beta \cdot \left(\frac{w_1^2}{2}\right)$$

<u>Beta</u> ($\beta$) <u>si calcola sempre con la velocità d'ingresso, a monte dell'asperità</u> (in questo caso la valvola); mentre la velocità cambia, da $w_1$ a $w_2$, perché deve conservarsi la **portata in massa**.

Infatti l'equazione della portata in massa è:

$$\dot{M} = Cost = \rho \cdot w_1 \cdot A_1 = \rho \cdot w_2 \cdot A_2$$

Data dal prodotto di $\rho$ (densità), $w$ (velocità di scorrimento del fluido) e $A$ (sezione del condotto, area del tubo).

Se il tubo è circolare, l'area è:

$$A = \pi \cdot \left(\frac{D^2}{4}\right)$$

La portata in massa è costante perché consideriamo un'ipotesi di regime stazionario, ovvero una situazione stabilizzata: il fluido non si sta accumulando nel condotto ma tanto ne entra e tanto ne esce dallo stesso.

Se passo da un tubo più grande ad un tubo più piccolo, visto che si conserva la densità del fluido che lo attraversa, diminuisce l'area della sezione del tubo stesso ed aumenta quindi la sua velocità di scorrimento.

## CONSERVAZIONE DELLA PORTATA IN MASSA

E' alla base del moto dei fluidi incomprimibili (con densità costante; la densità dell'aria si potrebbe modificare ma consideriamo per ipotesi che tutto rimanga invariato).

Punto di dimensionamento ottimale della velocità di scorrimento dell'acqua: 3-3,5 m/s. Nella realtà $D_1$ viene scelto dal progettista mentre $D_2$ è scelto dall'utente finale. E' però il diametro $D_1$ che determina il consumo.

Esercizio

Dati:

$\dot{M}$ = 0.333333 kg/s
$W_1$ = 3 m/s
$\rho$ (H2O) = 1000 kg/m^2

- Trovo l'area del tubo d'ingresso $A_1$:

$$A_1 = \frac{\dot{M}}{\rho \cdot W_1} = \frac{0.333}{1000 \cdot 3} = 0.000111 m^2 = 111 mm^2$$

- Trovo il diametro $D_1$ del tubo:

$$D_1 = \sqrt{4 \cdot \frac{A_1}{\pi}} = \sqrt{4 \cdot \frac{111}{\pi}} = 11.88mm \approx 12mm \approx 1/2\, pollice$$

- Supponendo che $L_1 = 50m$ e sapendo che $\upsilon$ (viscosità) = $1 \cdot 10^{-6}$
  Calcoliamo il numero di Reynolds:

$$\mathrm{Re}_1 = \frac{W_1 \cdot D_1}{\upsilon} = \frac{3 \cdot 0.012}{1 \cdot 10^{-6}} = 36000$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.1}{12} = 0.00833$$

- Guardiamo sul diagramma di Moody la scabrezza relativa ($\frac{\varepsilon}{D}$) del tubo, considerandolo come un normale tubo di ghisa. Leggo direttamente il fattore d'attrito $\lambda_1 = 0.038$

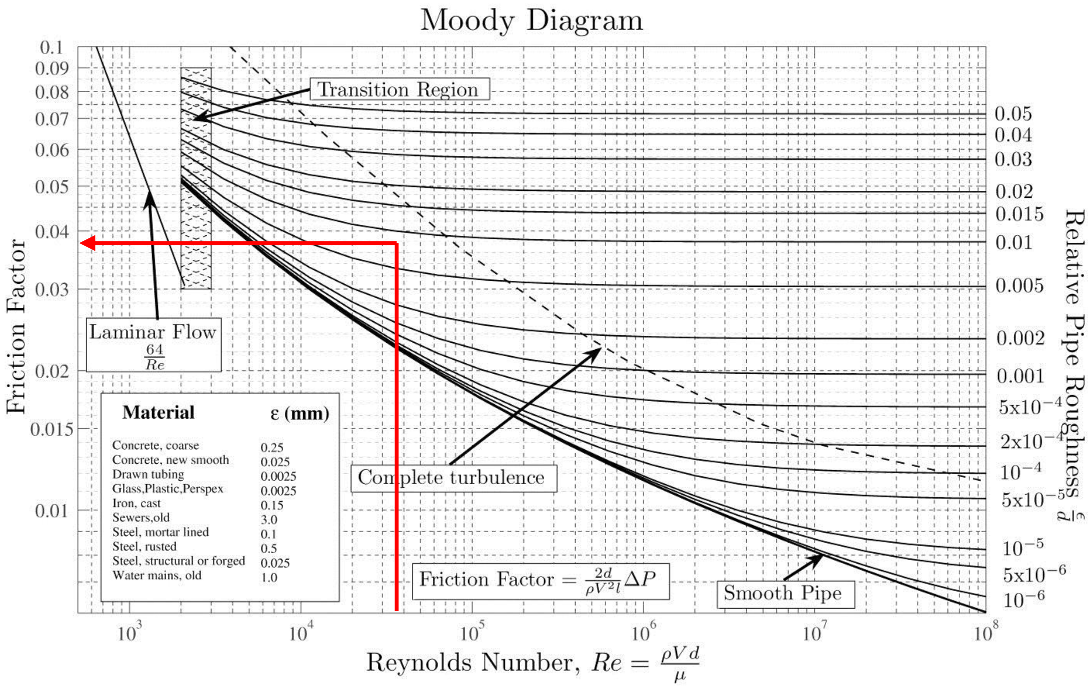


***Figura 8 –*** *Ricerca* $\lambda_1$

Procedimento:

- <u>Guardo qual' è il Numero di Reynolds</u>
- <u>Mi alzo fino alla curva corrispondente alla scabrezza relativa del materiale del tubo che sto considerando</u>
- <u>Mi sposto verso sinistra e trovo il fattore d'attrito</u> $\lambda_1$

Conoscendo $\lambda_1$, posso calcolare la perdita di carico distribuita $Rd_1$:

$$Rd_1 = \lambda_1 \cdot \frac{W_1^2}{2} \cdot \frac{L_1}{D_1} = 0.038 \cdot \frac{3^2}{2} \cdot \frac{50}{0.012} = 712.5 \frac{J}{kg}$$

Facciamo la stessa cosa per il tubo più sottile, sapendo che avrà un diametro $D_2 = 8mm$.

- Trovo la velocità $W_2$:

$$W_2 = \frac{\dot{M}}{A_2 \cdot \rho} = \frac{\dot{M} \cdot 4}{\pi \cdot D_2^2 \cdot \rho} = \frac{0.333 \cdot 4}{\pi \cdot 0.008^2 \cdot 1000} = 6.62\, m/s$$

- <u>La velocità è cresciuta e di conseguenza anche</u> $\mathrm{Re}_2$ <u>sarà cresciuto</u>:

$$\mathrm{Re}_2 = \frac{W_2 \cdot D_2}{\upsilon} = \frac{6.62 \cdot 0.008}{1 \cdot 10^{-6}} = 53000$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.1}{8} = 0.0125$$

La scabrezza relativa è maggiore e quindi troviamo il fattore d'attrito $\lambda_2$, allo stesso modo di prima sul diagramma di Moody.

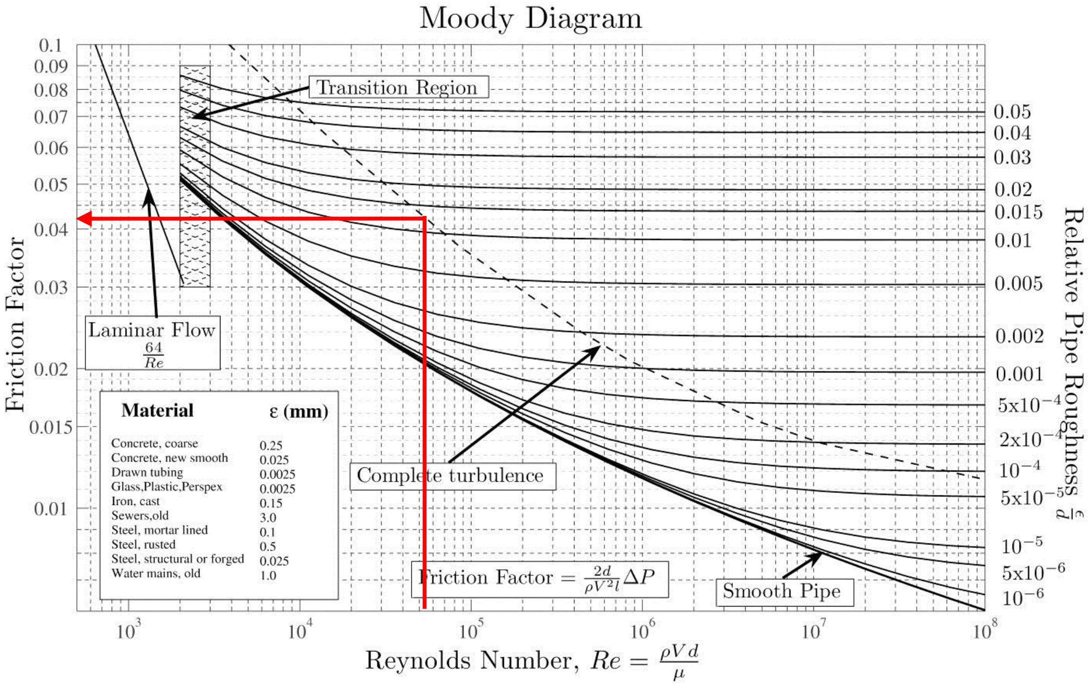


***Figura 9 –*** *Ricerca* $\lambda_2$

$$\lambda_2 = 0.042$$

- Calcoliamo perdita di carico distribuita $Rd_2$:

$$Rd_2 = \lambda_2 \cdot \frac{W_2^2}{2} \cdot \frac{L}{D_2} = 0.042 \cdot \frac{6.62^2}{2} \cdot \frac{20}{0.008} = 2300.8 \frac{J}{kg}$$

La perdita di carico è aumentata perché in un tubo più piccolo, anche se più corto, il fluido fa più fatica a passare.

- Calcoliamo la perdita concentrata ($R_{conc}$), considerando una brusca riduzione di sezione che, da tabella, corrisponde ad un $\beta = 0.5$

$$R_{conc} = \beta \cdot \frac{W_1^2}{2} = 0.5 \cdot \frac{3^2}{2} = 2.25 \frac{J}{kg}$$

La perdita concentrata è quasi trascurabile rispetto alle perdite distribuite.

- Calcoliamo dunque la perdita totale, sommando le perdite distribuite 1 ($Rd_1$) e 2 ($Rd_2$) e la perdita concentrata ($R_{conc}$).

$$R_{tot} = Rd_1 + Rd_2 + R_{conc} = 712.5 + 2300.8 + 2.25 = 3015.55 \frac{J}{kg}$$

La perdita totale viene inserita dentro all'equazione di bilancio dell'energia di un sistema aperto:

$$\frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + R_{tot} = -l$$

Dove:

- $\frac{W_2^2 - W_1^2}{2}$ è la <u>variazione di energia cinetica</u>
- $g \cdot (z_2 - z_1)$ è la <u>variazione di quota</u> tra sezione d'ingresso e la sezione d'uscita; lo trascuriamo in quanto è una differenza minima
- $\frac{p_2 - p_1}{\rho}$ è la <u>differenza di pressione</u> fra tubo dell'acquedotto e l'aria ambiente
- $R_{tot}$ è la <u>perdita totale</u>
- $-l$ è il <u>lavoro della pompa</u>; in questo caso è uguale a zero

L'equazione si può riscrivere in questo modo:

$$\frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + R_{tot} = 0$$

<u>Dobbiamo verificare che il motore</u> (differenza di pressione) <u>vinca le resistenze</u> (dette anche freno), <u>ovvero che sia maggiore delle stesse.</u> Il motore non serve solo a vincere le resistenze, ma anche ad aumentare la velocità dell'acqua facendogli aumentare la sua energia cinetica.

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} \geq R_{tot} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2}$$

Se questa diseguaglianza è verificata, il tubo è dimensionato correttamente; altrimenti bisogna modificare la grandezza dello stesso.
Calcoliamo la differenza di pressione e le resistenze:

$$\frac{p_1 - p_2}{\rho} = \frac{400000 - 100000}{1000} = 300 \frac{J}{kg}$$

$$R_{tot} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2} = 3015.55 + \frac{6.62^2 - 3^2}{2} = 3033 \frac{J}{kg}$$

<u>In questo caso la disuguaglianza precedente non è verificata e dunque il tubo è sottodimensionato.</u>

A livello economico non bisognerebbe aumentare la grandezza dei tubi ma si dovrebbe inserire una pompa che fornisca i circa 3000 $\frac{J}{kg}$ che servono, nonostante le perdite dovute, e quindi $-l$ non sarà nullo. La pompa si deve calcolare come differenza tra freno ($R_{tot} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2}$) e motore ($\frac{p_1 - p_2}{\rho}$).

## SIMILITUDINI TRA CIRCUITI IDRAULICI ED ELETTRICI

Una pompa in un circuito idraulico si comporta come una pila in un circuito elettrico.

L'equazione di bilancio dell'energia in un sistema aperto è l'equazione di Bernoulli:

$$\frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} + R_{tot} = -l$$

Consideriamo un tubo in cui viene inserita una pompa

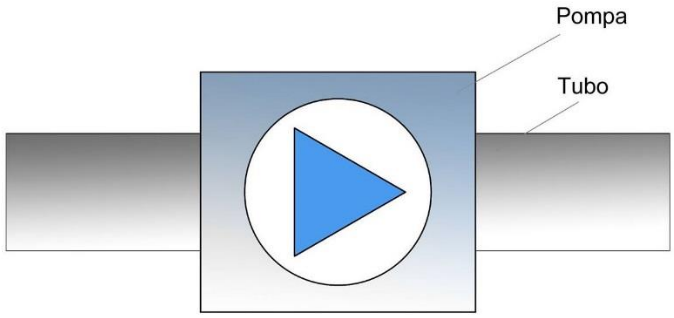


***Figura 10 –** Tubo con pompa*

Se il tubo è corto, non ci sono perdite concentrate e distribuite, si può trascurare la differenza di quota ed inoltre si può tralasciare la variazione di energia cinetica, in quanto il tubo ha uno stesso diametro in entrata ed in uscita, dunque le due velocità sono uguali.

In definitiva l'equazione di bilancio dell'energia si può scrivere come:

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} = -\ell$$

La "capacità pompante di una pompa" viene ricavata da due nuovi termini:

- **Prevalenza** = misura quanto la pompa "spinge". Si calcola con la differenza di pressione $p_2 - p_1$ espressa in [bar]. La prevalenza si calcola in funzione del lavoro, che viene considerato in valore assoluto.

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} = -\ell \qquad \Rightarrow \qquad \Delta p = |\ell| \cdot \rho = 3000 \cdot 1000 = 3\,bar$$

- **Portata** = misura la quantità di fluido che attraversa la pompa nell'unità di tempo. Si esprime in volume, parlando di acqua in [litri/minuto] oppure parlando di aria in [metri cubi/ora].

Ogni pompa ha la sua curva caratteristica che si legge sull'apposito diagramma e che riporta in ascissa la portata in massa e in ordinata la prevalenza. La pompa può lavorare su ogni punto della curva. Più grossa è la pompa e più grande sarà la curva di prevalenza/portata.

La linea rappresenta il circuito su cui viene montata la pompa e l'intersezione con la sua curva caratteristica rappresenta il punto di lavoro della pompa stessa.

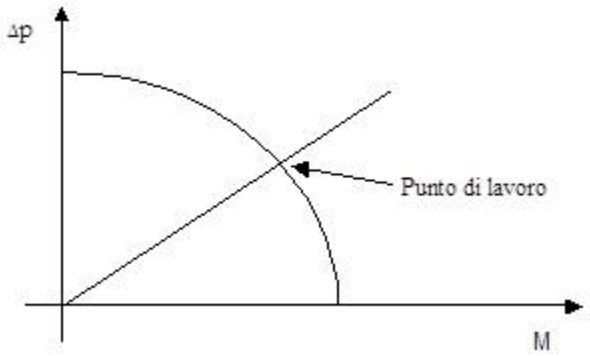


***Figura 11 –*** *Diagramma circuito idraulico*

Questa curva si trova sul catalogo delle pompe. L'importante, quando si sceglie una pompa, è coprire il punto di lavoro del proprio circuito e quindi essere sicuri che il motore sia maggiore o uguale delle resistenze.

Al tempo stesso esiste un diagramma simile per quel che riguarda i circuiti elettrici, dove in ascissa si trova l'intensità di corrente e in ordinata la tensione applicata dalla pila.

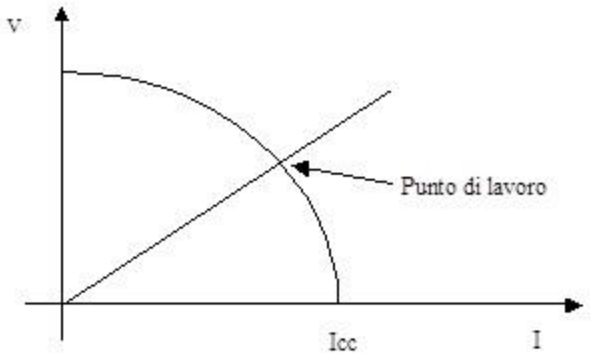


***Figura 12 –*** *Diagramma circuito elettrico*