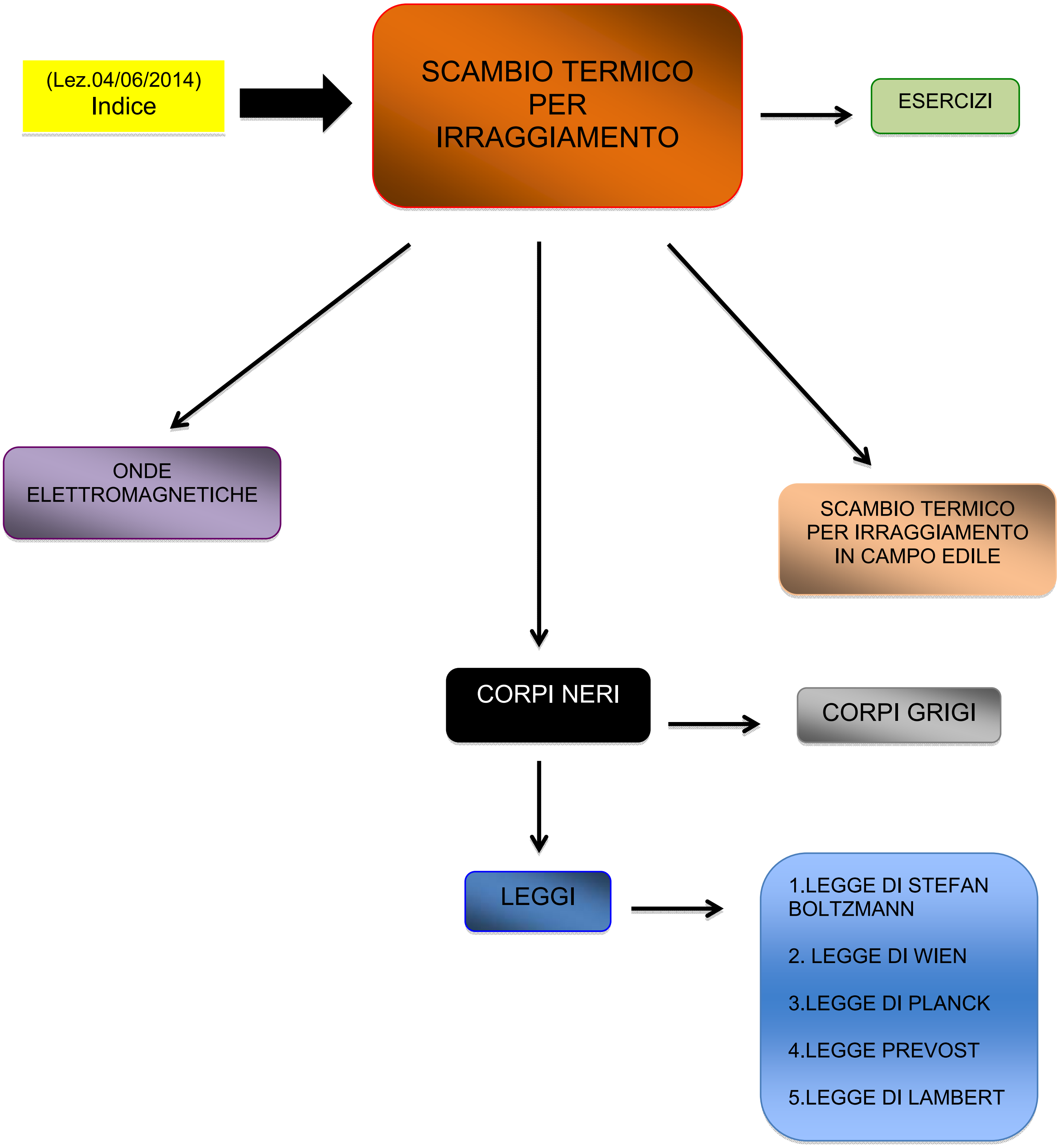

(Lez.04/06/2014)
Indice
SCAMBIO TERMICO PER IRRAGGIAMENTO
ESERCIZI
ONDE ELETTROMAGNETICHE
SCAMBIO TERMICO PER IRRAGGIAMENTO IN CAMPO EDILE
CORPI NERI
CORPI GRIGI
LEGGI
1.LEGGE DI STEFAN BOLTZMANN
2. LEGGE DI WIEN
3.LEGGE DI PLANCK
4.LEGGE PREVOST
5.LEGGE DI LAMBERT

SCAMBIO TERMICO PER IRRAGGIAMENTO

ONDE ELETTROMAGNETICHE

L'irraggiamento è il terzo modo (dopo conduzione e convezione), attraverso il quale i corpi possono scambiare calore.

Esso si manifesta con il trasporto di energia mediante onde elettromagnetiche, (il campo elettromagnetico è costituito da onde trasversali, mentre il campo acustico da onde longitudinali).

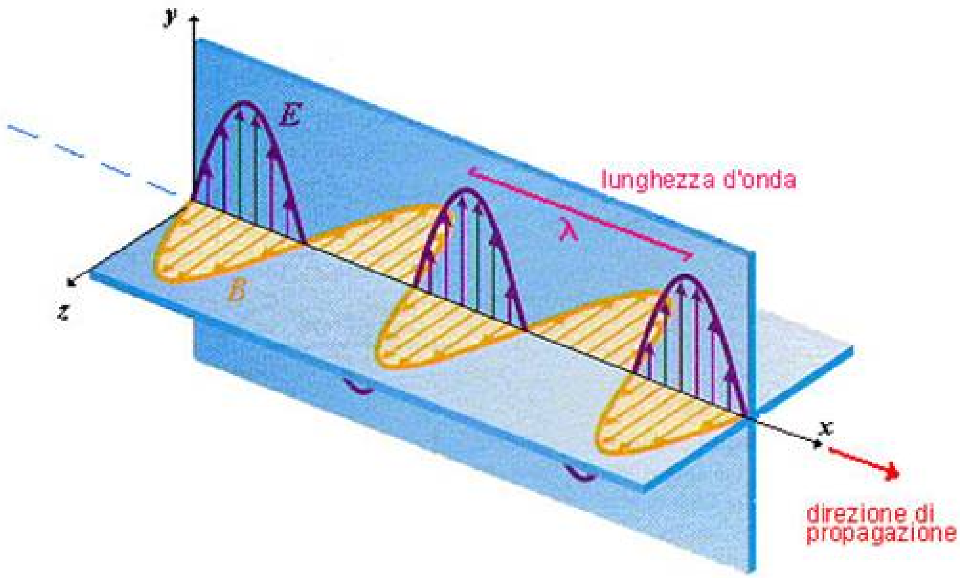


Fig. 1 Andamento campo elettromagnetico

Le grandezze vettoriali che caratterizzano l'onda sono poste su piani ortogonali, mentre nel campo acustico avevano la stessa direzione.

Come in acustica, il rapporto tra velocità della luce, frequenza e lunghezza d'onda è:

$$\lambda = \frac{c_0}{f} \qquad (1)$$

dove la costante "c_0", pari alla velocità della luce nel vuoto vale $3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$.

La frequenza e la lunghezza d'onda dell'intero spettro delle onde elettromagnetiche occupano uno spazio molto vasto, noi ci interessiamo maggiormente delle spettro visibile, ovvero quella parte dello spettro elettromagnetico che cade tra il rosso e il violetto includendo tutti i colori percepibili dall'occhio umano.

La lunghezza d'onda della luce visibile nell'aria va indicativamente dai 380 ai 760 nm.

Dal punto di vista energetico ci interessiamo però di un campo più esteso; che si estende a sinistra nell'ultravioletto, in quanto la radiazione del sole porta una quota di energia non trascurabile anche nel campo ultravioletto e a destra nell'infrarosso.

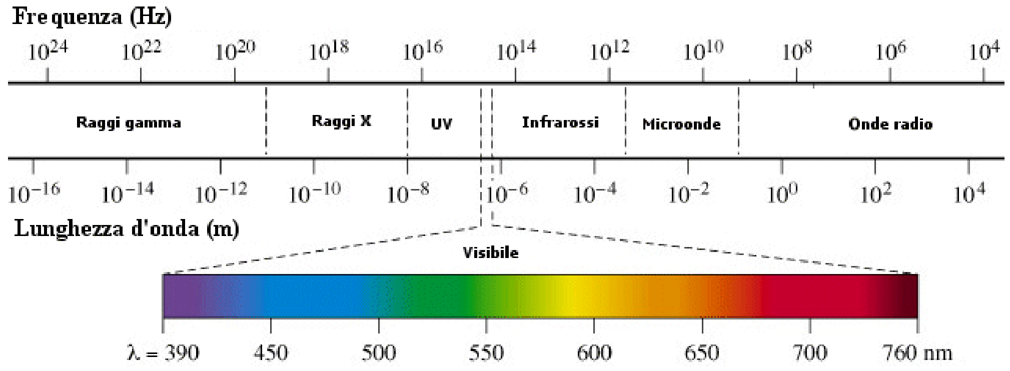


Fig. 2 Spettro delle onde elettromagnetiche

CORPO NERO

Occupiamoci ora della radiazione emessa da un corpo nero.

Un corpo nero nella realtà può essere approssimato con un corpo concavo, scabro, non lucido, in grado si assorbire tutta la radiazione incidente, senza trasmetterla o rifletterla; l'unico materiale che ha questa proprietà è il buco nero.

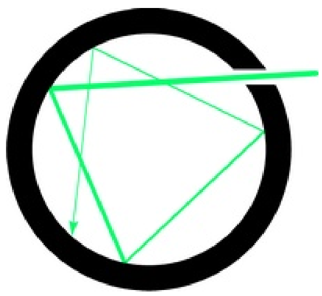


Fig. 3 Sezione cavità buco nero

Un corpo nero ha quindi coefficiente di assorbimento "a", pari a 1 e coefficiente di riflessione "r" pari a 0.

$$a = \frac{I_a}{I_i} = 1 \qquad (2)$$

dove:

I_a= intensità di radiazione assorbita

I_i= intensità radiazione incidente

Il corpo nero emette radiazioni elettromagnetiche secondo una serie di leggi, queste leggi hanno però validità ristretta per il caso del corpo nero e quindi non varranno, in generale, per gli altri materiali.

Definiamo il potere emissivo integrale "$\dot{q}$", ovvero l'energia emessa per unità di superficie nell'unità di tempo.

$$\dot{q} = \frac{E}{t \cdot S} \qquad \left[\frac{W}{m^2}\right] \tag{3}$$

dove:
t: tempo
S: superficie
$\dot{q}$: energia emessa riferita all'unità di tempo

1.LEGGE DI STEFAN – BOLTZMANN

La legge di Stefan-Boltzmann fornisce una relazione che lega "q" alla temperatura a cui il corpo è posto:

$$\dot{q}_0 = \sigma_0 \cdot T^4 \tag{4}$$

Il pedice zero indica che si sta riferendo al corpo nero, mentre σ_0 è la costante, detta costante di Stefan-Boltzmann e vale:

$$\sigma_0 = 5.67 \cdot 10^{-8} \qquad \left[\frac{W}{m^2K^4}\right]$$

Per i corpi che non sono neri abbiamo un'altra relazione, definita da:

$$q = \sigma_0 \cdot a \cdot T^4 \tag{5}$$

a: coefficiente di assorbimento, che in questo caso non sarà mai = 1

Per un corpo non nero infatti il potere emissivo integrale è inferiore a quello del corpo nero, $\dot{q} < q_0$.
L'emissività "ε" è definita come il rapporto tra il potere emissivo integrale di un corpo e quella di un corpo nero:

$$\varepsilon = \frac{q}{q_0} \leq 1 \tag{6}$$

Si dimostra che il valore dell'emissività ε di un corpo non nero è sempre pari al suo coefficiente di assorbimento a.

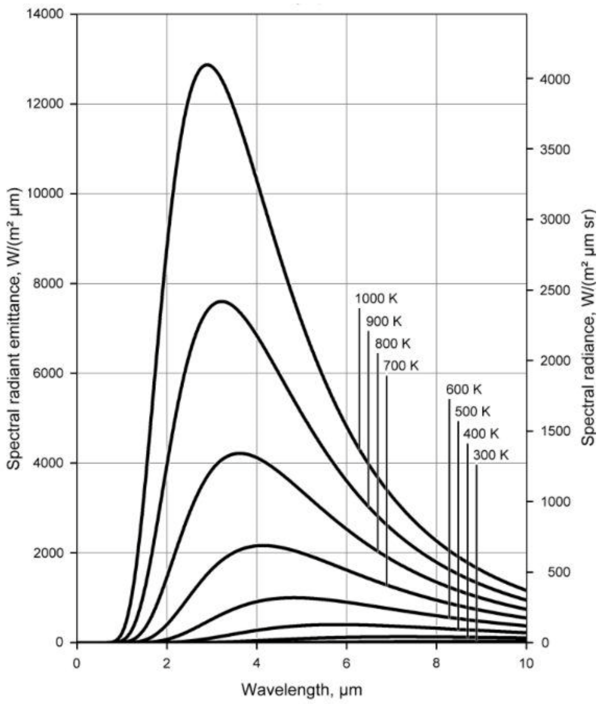


Fig. 4 Distribuzione spettrale del potere emissivo monocromatico

Lo spettro del potere emissivo monocromatico corpo nero ha la caratteristica forma a campana, dipendente unicamente dalla sua temperatura "T" e non dal materiale.

2.LEGGE DI WILHELM WIEN

La legge di Wilhelm Wien, detta anche legge del regresso, governa l'andamento spettrale del potere emissivo monocromatico: essa dice che la lunghezza d'onda a cui il potere emissivo monocromatico presenta il valore massimo, $\lambda_{\max}$ è inversamente proporzionale alla temperatura.

$$\lambda_{\max} \cdot T = k \qquad (7)$$

dove "k" è una costante; quindi al crescere della temperatura c'è un calo di lunghezza d'onda.

3.LEGGE DI PLANCK

La legge di Planck esprime l'andamento del potere emissivo monocromatico in funzione della temperatura a cui il corpo è sottoposto e della lunghezza d'onda; quindi attraverso questa legge possiamo conoscere quanta energia viene emessa dal corpo per una determinata lunghezza d'onda.

$$q'_0 = \frac{c}{\lambda^5 \cdot \left(e^{\frac{c_2}{\lambda T}} - 1 \right)} \qquad (8)$$

dove "q'_0" è il potere emissivo monocromatico ($dq_o/d\lambda$)

Se il corpo è grigio avrà una curva identica ma ridotta rispetto a quella del corpo nero perché ha un coefficiente "a" che rimane costante al variare della lunghezza d'onda "λ".
Per quanto riguarda il corpo colorato invece il coefficiente "a" vale in maniera imprevedibile con la lunghezza d'onda, e quindi lo spettro si deforma….

4.LEGGE DI PREVOST

La legge di Prevost definisce in maniera semplice la potenza che viene scambiata per irraggiamento dall'unità di superficie. Essa enuncia infatti che la potenza termica scambiata "$\dot{q}_s$" è pari alla differenza tra la potenza emessa "$\dot{q}_{em}$" e quella ricevuta "$\dot{q}_{ric}$".

$$\dot{q}_s = \dot{q}_{em} - \dot{q}_{ric} = \dot{q}_{em} - a \cdot \dot{q}_{inc} \qquad (9)$$

dove "$\dot{q}_{inc}$" è la potenza termica incidente sulla superficie.

5.LEGGE DI LAMBERT (o legge del coseno)

La legge tratta del potere emissivo angolare i: esso è pari al rapporto tra la potenza termica radiante "$d\dot{q}$" fluente attraverso un fascio centrato nella direzione definita dall'angolo "θ" misurato rispetto alla normale alla superficie, ed avente una apertura angolare definita dall'angolo solido di ampiezza "$d\omega$" e l'angolo solido stesso.

$$i = \frac{d\dot{q}}{d\omega} \qquad (10)$$

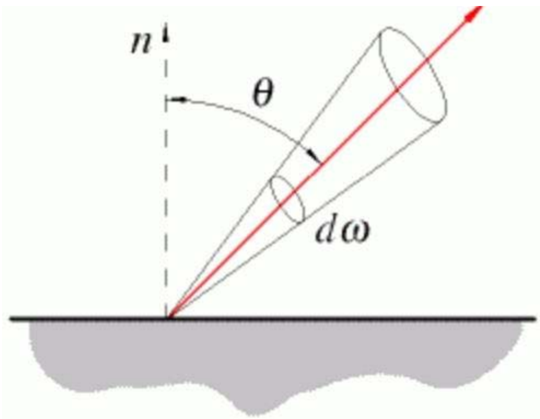


Fig. 5 Definizione del potere emissivo angolare

La legge d Lambert afferma che il potere emissivo angolare “i_θ” è proporzionale al coseno dell’angolo rispetto alla normale (non rispetto alla superficie);

$$i_\theta = i_n \cdot \cos\theta \qquad (11)$$

quindi il potere emissivo angolare è massimo in direzione normale e cala verso la direzione tangente alla superficie.

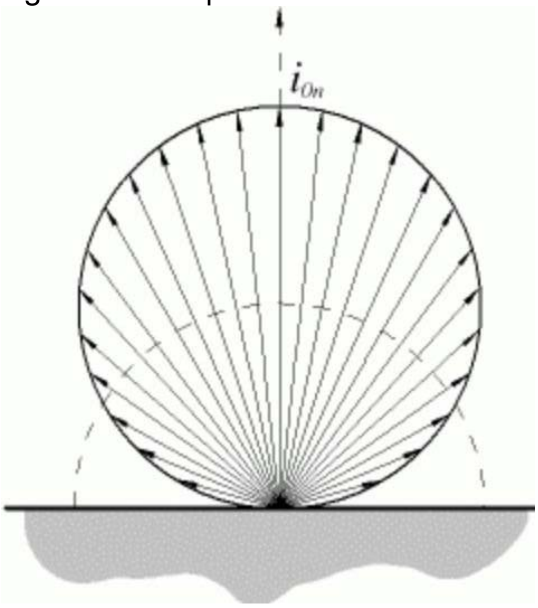


Fig. 6 Andamento spaziale del potere emissivo angolare

$$i_n = 2 \cdot i \qquad (12)$$

dove “i_n“ rappresenta il potere emissivo angolare lungo la direzione normale alla superficie.
Il tratteggio in figura, indica che in direzione normale la superficie emette esattamente il doppio del potere emissivo angolare medio.
Questo vale per i corpi neri, non necessariamente per tutti i materiali, anzi alcuni assumono inviluppi bizzarri.

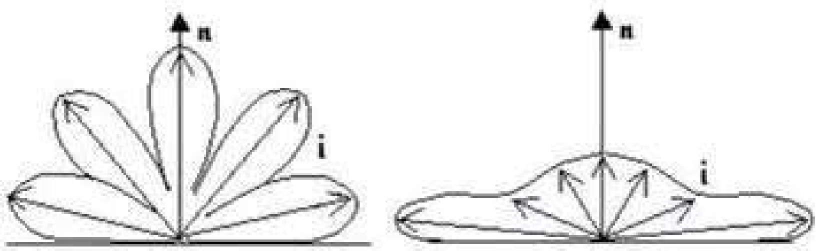
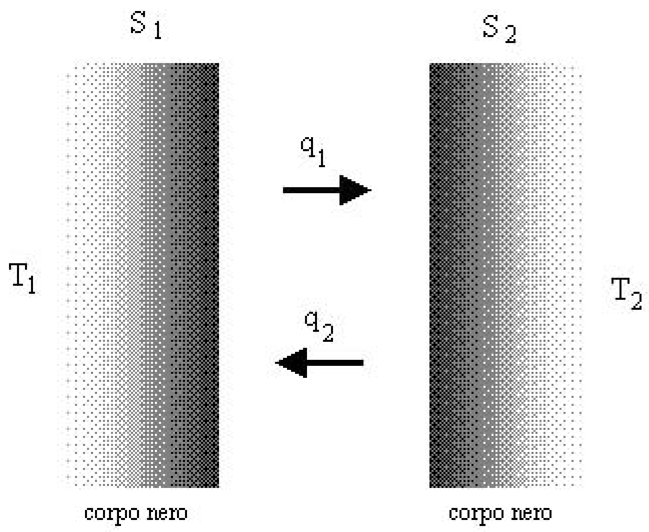


Fig. 7 Andamento spaziale del potere emissivo angolare per altri materiali

SCAMBIO TERMICO PER IRRAGGIAMENTO NEL CAMPO EDILE

1) Tra due corpi neri



Ciascuno dei due corpi emette secondo la legge di Stefan-Boltzmann delle quantità di calore pari a:

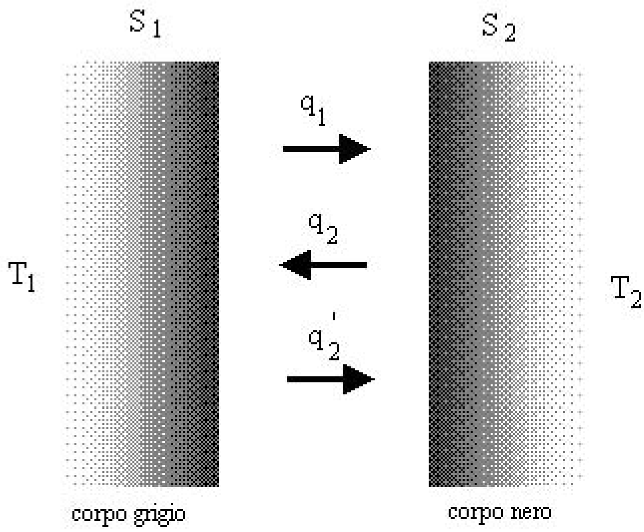
$$\begin{cases} \dot{q}_1 = \sigma_0 \cdot T_1^{\,4} \\ \dot{q}_2 = \sigma_0 \cdot T_2^{\,4} \end{cases}$$

Per la relazione di Prevost la potenza scambiata dalla superficie S_1 è la potenza emessa meno la potenza incidente $\dot{q}_2$; essendo entrambi corpi neri non c'è potenza riflessa, cioè $a = 1$ e coefficiente di riflessione $r = 0$.

Quindi:

$$\dot{q}_{s1} = \dot{q}_1 - a \cdot \dot{q}_2 = \sigma_0 \cdot \left| T_1^{\,4} - T_2^{\,4} \right| \qquad (13)$$

2) Un corpo nero e uno grigio



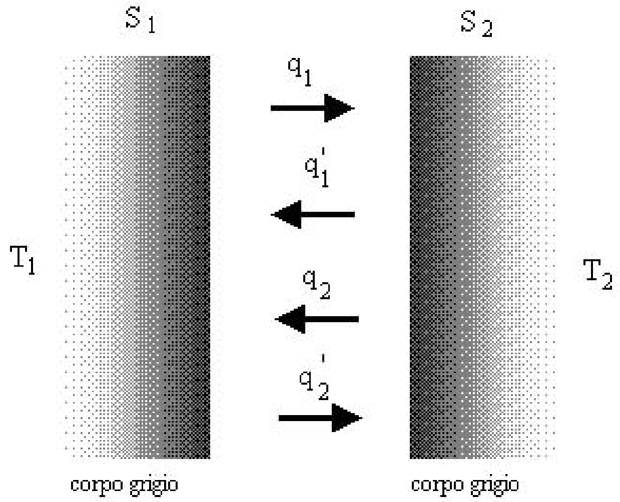
Il coefficiente di assorbimento "a" in questo caso non è uguale a zero; ora la superficie emette una nuova quantità q_1:

$$\dot{q}_1 = a \cdot \sigma_0 \cdot T_1^4 \qquad (14)$$

La superficie S_2, essendo nera, emette sempre la stessa quantità $\dot{q}_2$ del caso precedente, ma adesso in parte viene riflessa: la quantità riflessa possiamo chiamarla "$\dot{q}_2'$".
Questa quantità "$\dot{q}_2'$" non rimbalza infinite volte perché quando impatta su S_2, che è nera, viene assorbita totalmente.
Vale ancora la legge di Prevost, ma il coefficiente di riflessione non vale più zero.

$$\dot{q}_{S_1} = \left| a \cdot \sigma_0 \cdot T_1^4 - a \cdot \sigma_0 \cdot T_2^4 \right| = a \cdot \sigma_0 \cdot \left| T_1^4 - T_2^4 \right| \qquad (15)$$

3) *Due superfici grigie*



Il coefficiente di assorbimento "a" è diverso per i due corpi, ciascuna superficie riceve una potenza incidente ed emette una potenza emessa.

$$\begin{cases} \dot{q}_1' = \dot{q}_2 + (1 - a_2) \cdot \dot{q}_2' \\ \dot{q}_2' = \dot{q}_1 + (1 - a_1) \cdot \dot{q}_1' \end{cases}$$

Ciascuna relazione richiama l'altra. Queste due equazioni messe insieme costituiscono un sistema lineare di due equazioni a due incognite; sistema che una volta risolto consente di esplicitare i valori delle quantità di calore che piove su ciascuna superficie q_1' e q_2'.

Espressione finale:

$$\dot{q}_{s_1} = \frac{\sigma_0 \cdot \left| T_1^4 - T_2^4 \right|}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} - 1} \qquad (16)$$

Essa è l'espressione generale che dà lo scambio termico tra due superfici grigie piane affacciate e indefinite.

SCAMBIO TERMICO PER IRRAGGIAMENTO IN CAMPO EDILE

Un caso molto comune nell'applicazione edilizia è avere un muro di mattoni e l'intonaco che arriva ad un certo spessore, ad esempio 25 cm, e lasciare un intercapedine d'aria e ad una certa distanza montare delle lastre di rivestimento in modo che l'aria resti libera di muoversi.

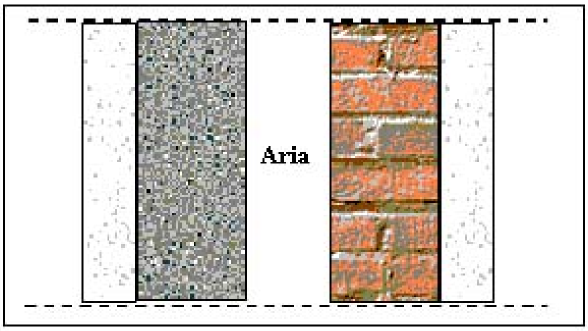


Fig. 8 Muro intonacato in mattoni con intercapedine

Per trovare la quantità di calore che si disperde attraverso le pareti dobbiamo ricondurci alle resistenze termiche in serie

$$R_T = \frac{\Delta T}{\dot{q} \cdot S} \quad (17)$$

dove:

$\dot{q} \cdot S = Q$

Trovandoci però in una compresenza di convezione ed irraggiamento, dentro la cavità, le resistenze termiche non saranno tutte in serie ma:

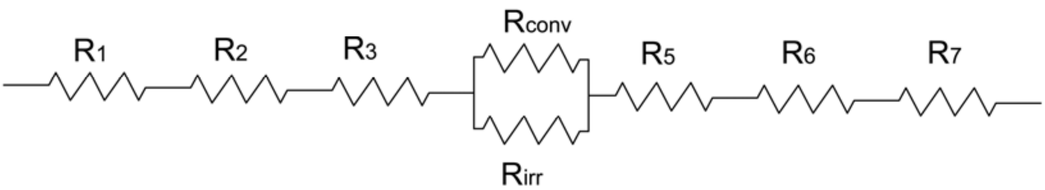


Fig. 9 Resistenze termiche in serie e in parallelo

$$R_{irr} = \frac{\Delta T}{\dot{q} \cdot S} = \frac{\left(\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} - 1\right) \cdot (T_1 - T_2)}{\sigma_0 \cdot \left|T_1^4 - T_2^4\right| \cdot S} \quad (18)$$

Essendo le resistenze di convezione ed irraggiamento poste in parallelo:

$$\frac{1}{R_{c+i}} = \frac{1}{R_{conv}} + \frac{1}{R_{irr}} \quad (19)$$

Sommando i reciproci trovo la resistenza termica totale di R_{c+i} e riporto lo schema ad una pura sequenza in serie

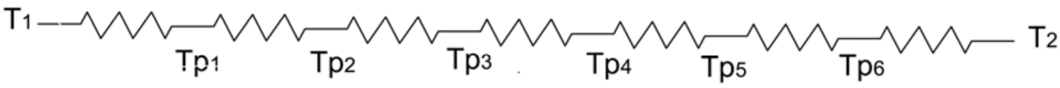


Fig. 10 Resistenze termiche in serie

L'irraggiamento non dipende dallo spessore dell'intercapedine, fondamentale invece per l'aspetto convettivo.
Ciò che è importante sono le temperature, conosco solo la temperatura esterna e la temperatura interna alla casa, quindi l'unica soluzione è quella di andare per tentativi.

Si calcola la resistenza di irraggiamento "R_{irr}" ipotizzando le temperature T_{p3} e T_{p4}. Ora si calcola la resistenza termica totale, R_{tot}, come somma di tutte le resistenza in serie e da essa si ricava la potenza termica che passa attraverso l'intera parete, $\dot{Q}$:

$$\dot{Q} = \frac{(T_1 - T_2)}{R_{tot}}$$

Si procede ora alla verifica di tutte le temperature dei nodi, partendo da T_1 che è nota:

$$T_{p_1} = T_1 - \dot{Q} \cdot R_1$$
$$T_{p_2} = T_2 - \dot{Q} \cdot R_2$$
$$T_{p_3} = T_{p_2} - \dot{Q} \cdot R_3$$
$$T_{p_4} = T_{p_3} - Q \cdot R_{c+i}$$
$$T_{p_5} = T_{p_4} - Q \cdot R_5$$

Se T_{p_3} e T_{p_4} sono molto diversi dai valori che avevo preso come tentativo, devo usare altri valori e ricalcolare per tentativi successivi.

ESERCIZI

Dati:

$T_1 = 17°C = 290K \quad a_1 = 0{,}8$

$T_2 = 12°C = 285K \quad a_2 = 0{,}6$

Distanza tra le lastre, L= 0,05 m

Sostituendo nell' equazione appena trovata otteniamo

$$\dot{\mathbf{q}}_S = \frac{5{,}67 \cdot 10^{-8}\left(290^4 - 285^4\right)}{\frac{1}{0{,}8} + \frac{1}{0{,}6} - 1} = 14\frac{W}{m^2}$$

Consideriamo ora il contributo del flusso convettivo:

$$q_{conv} = h \cdot \left(T_1 - T_2\right)$$

Dobbiamo calcolare h dalla relazione del numero di Nusselt.

Il numero di Rayleigh (definito come Gr·Pr) risulta inferiore a 10^9 e ci troviamo quindi in moto laminare, usiamo quindi la relazione di Mc Adams:

$$Nu = 0{,}59 \cdot G_r^{\,0{,}25} \cdot P_r^{\,0{,}25}$$

Calcoliamo innanzitutto il numero di Grashof:

$$G_r = \frac{\left(g \cdot \frac{1}{T_{media}} \cdot L^3 \cdot \Delta T\right)}{\nu^2} = \frac{\left(9{,}81 \cdot \frac{1}{287{,}5} \cdot 0{,}05^3 \cdot (290 - 285)\right)}{\left(15 \cdot 10^{-6}\right)^2} = 94782$$

P_r = 0,71 è un valore tabellato, sempre costante per l'aria.

Ora calcoliamo $Nu = 0{,}59 \cdot (94782)^{0{,}25} \cdot (0{,}71)^{0{,}25} = 9{,}50$

con questo possiamo trovare il coefficiente di convezione **h**

$$h = \frac{Nu \cdot \lambda}{L} = \frac{9{,}50 \cdot 0{,}027}{0{,}05} = 5{,}13 \quad \frac{W}{m^2K}$$

Per sommare agevolmente la resistenza convettiva e quella per irraggiamento, anziché operare con la somma dei reciproci delle resistenze, si può definire un **coeff di convezione *h*** h_{irr}:

$$h_{irr} = \frac{\dot{q}_{irr}}{\left(T_1 - T_2\right)} = \frac{14}{(290 - 285)} = 2{,}8\frac{W}{m^2K}$$

$$\dot{q}_{irr} = h_{irr} \cdot (T_1 - T_2) = 2{,}8 \cdot (290 - 285) = 14\frac{K}{m^2}$$

torna….

A questo punto, essendo in parallelo, il coeff. di convezione si somma al coeff. di irraggiamento:

$$h_{tot} = h_{conv} + h_{irr} = 5{,}13 + 2{,}8 = 7{,}93 \quad \frac{W}{m^2K}$$

$$h_{conv} > h_{irr}$$

Osservazione: anche se la potenza per irraggiamento è più bassa rispetto a quella di convezione, essa non è un dato che posso trascurare.