Esercizio 1

È data una massa di gas che compie una trasformazione passando da uno stato iniziale *A* ad uno stato finale *B*. La trasformazione è schematizzabile nel grafico di *fig. 1*.
Sono possibili 3 differenti percorsi per avere lo stesso risultato:

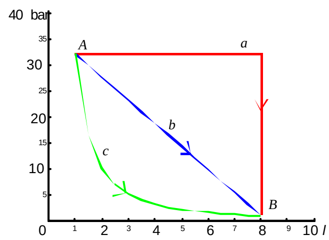


fig. 1

a. una trasformazione isobara (a pressione costante) seguita da una trasformazione isocora (a volume costante);
b. una trasformazione "in linea retta" in cui il volume e la pressione variano linearmente;
c. una trasformazione adiabatica (senza scambio di calore, Q_c=0) dove la dipendenza tra pressione e volume specifico del gas è data dalla relazione:

$$pv^{5/3} = cost.$$

Confrontare le varie trasformazioni e calcolare i lavori sviluppati nei tre percorsi sapendo che p_A=32 bar, p_B=1 bar, v_A=1 *l*, v_B=8 *l*.

Soluzione

Trasformiamo le unità di misura:
$p_A=32\cdot10^5$ Pa
$p_B=1\cdot10^5$ Pa
$v_A=1\cdot10^{-3}= 0.001$ m^3
$v_B=8\cdot10^{-3}= 0.008$ m^3

Nelle prime due trasformazioni vi è scambio di calore, mentre nella terza non ve ne è, quindi l'equazione del primo principio per il percorso c si riduce a:

$$Du = u_A - u_B = -l_c$$

e sapendo che il lavoro è uguale all'area sottesa alla curva *c (fig. 2)*, avremo:

$$l_c = \int_{v_A}^{v_B} p \cdot dv$$

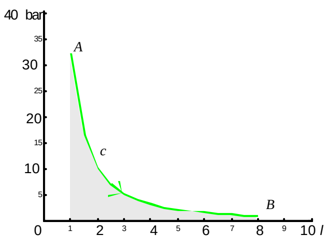


fig. 2

NB: abbiamo espresso il primo principio in grandezze intensive (energia specifica e lavoro specifico) perché non è stato specificata la massa del gas, potevamo anche usare le grandezza estensive (energia e lavoro) considerando una massa di 1 kg.

Per risolvere l'integrale precedente dobbiamo esprimere la pressione in funzione del volume specifico; utilizzando i dati iniziali si ha:

$$pv^{\frac{5}{3}} = p_A v_A^{\frac{5}{3}} = p_B v_B^{\frac{5}{3}}$$

quindi

$$p = \frac{p_A v_A^{\frac{5}{3}}}{v^{\frac{5}{3}}}$$

e integrando

$$l_c = p_A v_A^{\frac{5}{3}} \int_{v_A}^{v_B} v^{-\frac{5}{3}} \cdot dv = p_A v_A^{\frac{5}{3}} \cdot \left\langle -\frac{3}{2} v^{-\frac{2}{3}} \right\rangle_{v_A}^{v_B} =$$

$$= p_A v_A^{\frac{5}{3}} \left(-\frac{3}{2} v_B^{-\frac{2}{3}} + \frac{3}{2} v_A^{-\frac{2}{3}} \right) =$$

$$= p_A v_A^{\frac{5}{3}}\left(-\frac{3}{2}v_B^{-\frac{2}{3}}\right)+p_A v_A^{\frac{5}{3}}\left(\frac{3}{2}v_A^{-\frac{2}{3}}\right)=$$

$$= p_B v_B^{\frac{5}{3}}\left(-\frac{3}{2}v_B^{-\frac{2}{3}}\right)+p_A v_A^{\frac{5}{3}}\left(\frac{3}{2}v_A^{-\frac{2}{3}}\right)=$$

$$=\frac{3}{2}\left(p_A v_A - p_B v_B\right)=$$

$$=\frac{3}{2}\left(32\cdot 10^5\cdot 0.001-10^5\cdot 0.008\right)=3600\text{ J}$$

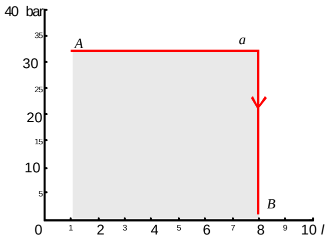


fig. 3

Si noti che il lavoro è positivo, infatti viene fatto sull'esterno. La variazione dell'energia è Δu = -3600 J.

Per il percorso *a* possiamo scrivere:

$$\Delta u = q_a - l_a$$

e il lavoro è dato dall'area sotto il grafico di *fig.3*

$$l_a = p_A\cdot(v_B - v_A) = 32\cdot 10^5\cdot(0.008-0.001) = 22400\ J$$

e il calore scambiato è

$$q_a = l_a + \Delta u = 22400 - 3600 = 18800\text{ J}$$

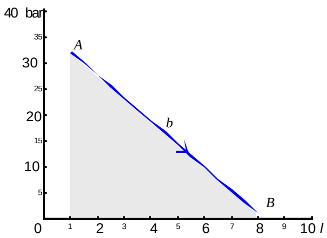


fig. 4

Per il percorso *b* si ha che:

$$\Delta u = q_b - l_b$$

il lavoro è *(fig. 4)*

$$l_b = \frac{p_B + p_A}{2}\cdot(v_B - v_A) = 11550\text{ J}$$

e il calore scambiato è

$$q_b = l_b + \Delta u = 11550 - 3600 = 7950\text{ J}$$

Esercizio 2 – "*Pompa della bicicletta*" (parte 1)

Consideriamo una pompa da bicicletta schematizzata in *fig.5*.

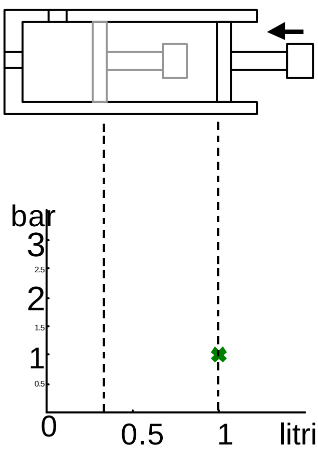


fig. 5

Spingiamo lo stantuffo molto lentamente in modo da avere una trasformazione, dello stato dell'aria, quasi statica e quindi a temperatura costante.

Sapendo che la pressione e il volume specifico iniziali sono rispettivamente p_1=1 bar e v_1=1 m^3kg^{-1} e che nello stato finale l'aria ha un volume specifico di $v_2=\frac{1}{3}v_1$, calcolare il lavoro svolto per comprimere l'aria e la sua pressione finale p_2. Esprimere, poi, il lavoro che effettivamente noi dobbiamo svolgere per spingere lo stantuffo.

Soluzione

Trasformiamo: $p_1 = 10^5$ Pa

Dalla legge dei gas perfetti abbiamo pv = RT, ma essendo T = cost.,

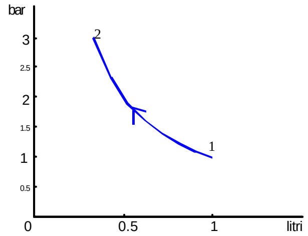


fig. 6

allora pv = cost., cioè abbiamo un grafico che è un'iperbole equilatera (fig.6). Possiamo quindi trovare la pressione finale che è:

$$p_2 = \frac{p_1 v_1}{v_2} = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Il lavoro è dato dall'area sotto il grafico di *fig.7*

$$l = \int_{v_1}^{v_2} p \cdot dv$$

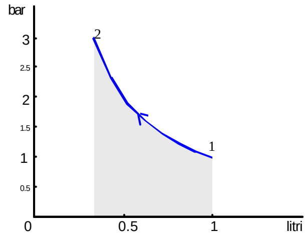


fig. 7

ed essendo $pv = p_1 v_1$ allora $p = p_1 v_1 / v$, l'integrale si risolve:

$$l = p_1 v_1 \cdot \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = p_1 v_1 \cdot \langle \ln v \rangle_{v_1}^{v_2} = p_1 v_1 \ln \frac{v_2}{v_1} =$$

$$= 10^5 \cdot 1 \cdot \ln \frac{1}{3} = -109861 \text{ J}$$

Vediamo che il lavoro è negativo in quanto svolto sul sistema.

Interessante è però accorgersi che noi non abbiamo fatto tutto il lavoro necessario per la pompata, ma solo una parte di esso. Nella *fig.8* l'area segnata rappresenta il lavoro fatto dall'aria dell'atmosfera, cioè

$$l_0 = p_1 \cdot (v_1 - v_2) = 66666 \text{ J}$$

Il lavoro che quindi abbiamo svolto è

$$l_{netto} = 109861 - 66666 = 43195 \text{ J}$$

positivo in quanto è stato compiuto da noi verso il sistema.

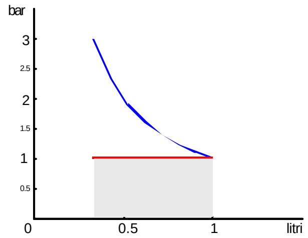


fig. 8

Nota

Nell'esercizio precedente, arrivati a '$\langle \ln v \rangle_{v_1}^{v_2}$' si è passati subito alla forma '$\ln \frac{v_2}{v_1}$' senza "passare" o comunque senza scrivere '$\ln v_2 - \ln v_1$'.

Il motivo è che, analiticamente, le due forme sono uguali, ma fisicamente non ha senso il logaritmo di una grandezza fisica: essendo il logaritmo un operatore trascendente accetta solo numeri puri.

È quindi molto importante quando si fa il controllo dimensionale che gli operatori trascendenti abbiano come argomento numeri puri, altrimenti la formula non è corretta. Ad esempio, nel caso precedente 'v_2/v_1'è un numero puro, mentre v_1 e v_2 non lo sono.

Esercizio 3 – "*Pompa della bicicletta*" (parte 2)

Riprendendo l'esercizio precedente si ha che, continuando nella pompata, la valvola di sfiato della pompa si apre, l'aria viene convogliata nella camera d'aria e poi, arrivati a "fondo corsa", si inverte il senso della pompata ricaricando la pompa nuovamente d'aria.(*fig.9*)

Descrivere cosa avviene nel sistema.

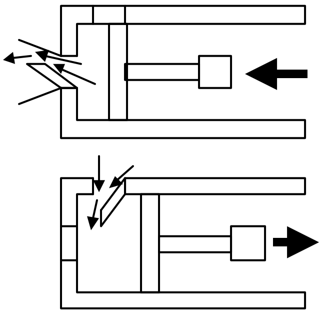


fig. 9

Soluzione

Quando l'aria compressa esce dalla pompa, il volume continua a diminuire fino a zero, mentre la pressione dell'aria si mantiene costante. (*fig.10*)

Nel momento di ricaricare la pompa, l'aria che entra ha la pressione atmosferica, quindi la pressione dell'aria rimane costante mentre aumenta il volume. (fig.11)

Notiamo che ora non siamo più di fronte ad un sistema chiuso, ma ad uno aperto.

Il lavoro del sistema aperto si calcola come:

$$l_{S.ap.} = \int_{p_1}^{p_2} v \cdot dp$$

cioè il lavoro complessivo che viene fatto sul sistema è uguale all'area racchiusa nel cammino complessivo. (*fig.12*)

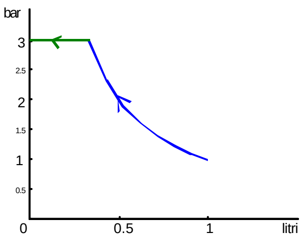


fig. 10

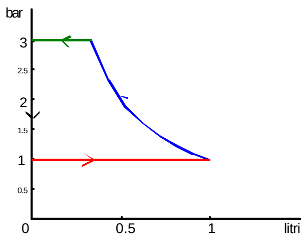


fig. 11

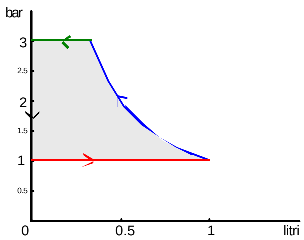


fig. 12

Esercizio 4

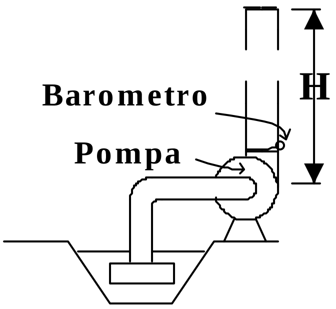


fig. 15

Risolvere intuitivamente questo problema.

Una pompa preleva dell'acqua da una vasca. (*fig.15*) Alla sommità della pompa si registra, con un barometro, una pressione di 3 bar.

Calcolare la prevalenza della pompa, cioè l'altezza teorica H a cui la pompa potrebbe sollevare l'acqua.

Soluzione

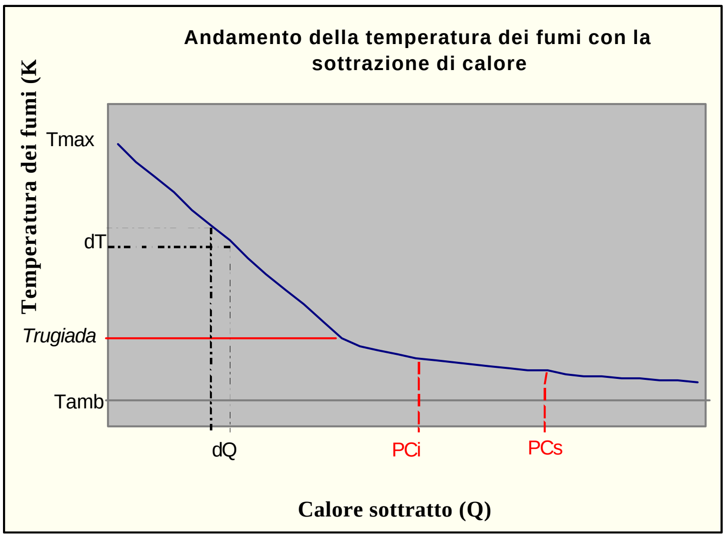
Sapendo che una colonna d'acqua di circa 10 m ha una pressione alla base di 1 bar, la pompa riesce a sopportare 3 volte questa pressione, quindi la prevalenza sarà di 30 m.

Potere calorifico dei combustibili

Il potere calorifico di un combustibile è una caratteristica la cui conoscenza riveste un'importanza notevole, quando si deve decidere il modo d'utilizzo del combustibile e lo scopo cui è meglio riservare l'energia prodotta dallo stesso. Infatti il potere calorifico è un indice dell'energia, che, sotto forma di calore, si può ricavare dalla combustione di una determinata sostanza.
Si supponga di avere una quantità pari ad 1 kg di combustibile. Questo reagirà nel processo di combustione con n kg di aria (comburente), dove n è un numero che soddisfa il rapporto stechiometrico della reazione che si sta considerando. Di solito il valore preciso di n è sconosciuto e nemmeno si cerca in qualche modo di calcolarlo, dal momento che l'aria che viene utilizzata è gratuitamente fornita dall'ambiente.
Il prodotto di questa operazione saranno n+1 kg di fumi caldi dai quali si potrà estrarre energia sotto di forma di calore. Tali fumi hanno una temperatura iniziale che dipende dal tipo di combustibile impiegato e può essere molto diversa da sostanza a sostanza. Per la benzina, per esempio, la temperatura iniziale dei fumi si aggira attorno ai 1500-1600 °C, invece per il legno non supera i 700 °C.

Tracciando un grafico in cui in ascissa si pone la quantità di calore estratta dai fumi e in ordinata la temperatura degli stessi, si ottiene una curva (in Fig. 1 è una retta per semplicità grafica), decrescente con la temperatura, che subisce una forte diminuzione di pendenza in corrispondenza di una particolare temperatura detta *temperatura di rugiada*. A questa temperatura inizia, infatti, la condensazione dei vapori prodotti dalla combustione, i quali, liquefacendosi, cedono un'ulteriore dose di calore (*calore latente di vaporizzazione*) il quale si somma al calore che viene ceduto dai fumi, provocando così il cambio di pendenza della curva già citato. La quantità di calore totale, che si riesce ad estrarre dai fumi raffreddandoli fino a temperatura ambiente (20 °C), è maggiore di quella che si avrebbe se non fosse presente il calore latente di vaporizzazione ceduto dai vapori.

In particolare viene chiamato potere calorifico *inferiore* la quantità di calore corrispondente che si leggerebbe sull'asse delle ascisse considerando l'ipotetico prolungamento della curva alla temperatura ambiente se non ci fosse il fenomeno di condensazione dei vapori. Il potere calorifico *superiore* è il valore che si avrebbe ammettendo che i vapori risultanti dalla combustione si siano



interamente liquefatti a temperatura ambiente. Il valore reale del potere calorifico a 20 °C è quindi intermedio tra i due valori dei precedenti poteri calorifici, dato che in generale i due fenomeni limite, cui i due poteri sono associati, non si verificano quasi mai.

La distanza compresa tra i poteri calorifici inferiore e superiore dipende quindi da quanta acqua può crearsi dalla combustione. E' chiaro perciò che se si prende un sostanza come l'idrogeno e la si brucia, la quantità di acqua prodotta sarà enorme, mentre con materiali come il carbone quasi irrilevante.

Di solito negli impianti di tipo industriale l'estrazione del calore viene arrestata prima del punto di rugiada proprio perché la formazione di acqua potrebbe danneggiare l'impianto. Inoltre in Italia esiste anche una legge (legge antismog del 1968) che obbliga le industrie a scaricare nell'aria i fumi caldi ad una temperatura di 10 °C superiore a quella di rugiada dato che si formavano spesso liquami acidi in prossimità delle ciminiere. Una temperatura così alta dei fumi però porta a delle conseguenze dannose quali un inquinamento dell'aria (quando invece sarebbe sufficiente far condensare interamente i fumi e depurare i liquami così ottenuti) e un sempre maggiore riscaldamento dell'ambiente. E' da notare inoltre che a lungo termine quest'ultimo fenomeno danneggia le industrie stesse se si considera che un innalzamento della temperatura ambientale provoca una conseguente diminuzione del potere calorifico dei combustibili.

Esercizio 5

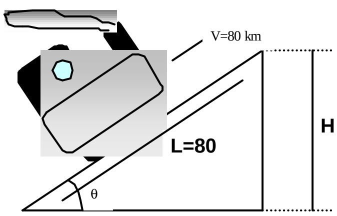


fig. 11

Una locomotiva di massa M=100 tonn, è alimentata da una caldaia che consuma C=1 tonn/h di carbone.

Supponendo che la caldaia abbia un rendimento η=0.25 ed il potere calorifico del carbone sia PCi=14000 BTU/lb, e supponendo che la locomotiva viaggi per 1 ora alla velocità costante v=80 Km/h e trascurando gli attriti, calcolare l'angolo θ corrispondente alla salita della locomotiva.

Soluzione

Gli attriti prodotti dalla rotaia e dalla resistenza dell'aria possono essere visti all'interno del coefficiente di rendimento termico.

Cominciamo col trasferire tutti i dati nel SI:

(1) $$PCi = 14000\frac{BTU}{lb} = 14000 \cdot 2.33\frac{KJ}{Kg} = 32620\frac{KJ}{Kg}$$

Quindi la potenza sviluppata dalla caldaia, tenendo conto che in un'ora sono bruciati 1000 kg di carbone, è:

(2) $$\dot{Q} = \frac{Lavoro}{Tempo} = \frac{1000Kg \cdot 32620\frac{KJ}{Kg}}{3600s} = 9061KW$$

Se consideriamo la caldaia come una macchina di Carnot che lavora tra le temperature $T_{interna}$=100°C e $T_{esterna}$=20°C possiamo calcolare il coefficiente economico di questa macchina di Carnot:

(3) $$e_c = 1 - \frac{T_{esterna}}{T_{interna}} = 1 - \frac{293}{373} = 0.2144$$

(4) $$e = e_c \cdot h = 0.25 \cdot 0.2144 = 0.054$$

dove nella (4) si è calcolato il rendimento reale della caldaia. Come si vede questo è un rendimento molto basso.

Quindi la potenza effetivamente utilizzata dalla locomotiva per spostarsi è data dal prodotto:

(5) $$\dot{L}_{UTILE} = \varepsilon \cdot \dot{Q} = 9061 KW \cdot 0.054 = 489 KW \cong 700 cv$$

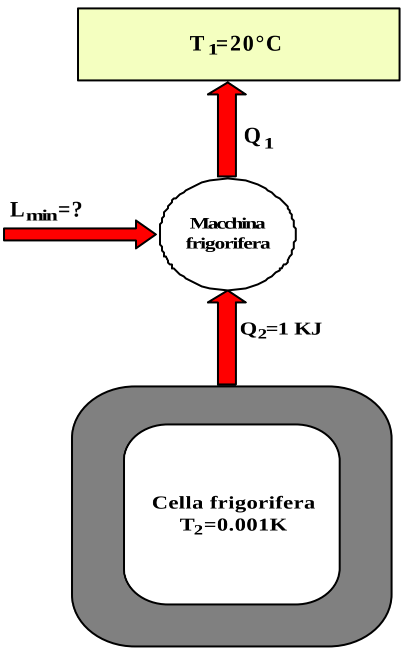
Il lavoro utile che la caldaia compie è quindi L=489 * 3600s=1760400 kJ ed eguagliando questo lavoro con quello fatto dalla forza di gravità per riportare la locomotiva al livello del mare, che sappiamo essere:

(6) $$L_{UTILE} = L_g = M \cdot g \cdot \Delta z \rightarrow \Delta z = \frac{L_{UTILE}}{M \cdot g} = \frac{1760400 KJ}{100.000 Kg \cdot 9.81 \frac{m}{s^2}} = 1790 m$$

Quindi la locomotiva si è alzata di 1790m sul livello del mare e dalla trigonometria si ottiene subito:

(7) $$\text{sen}\,\theta = \frac{1.790}{80} \rightarrow \theta = \text{arcsen}(0.0223) = 0.022 rad = 1.282°$$

Esercizio 6



Una macchina frigorifera utilizzata per gli studi sui superconduttori è in grado di raffreddare l'interno di una cella frigorifera isolata termicamente fino a T_2=0.001K.

Qual è il lavoro minimo da fare per estrarre 1 kJ di calore dalla cella ed il rispettivo costo in lire, supponendo che la ditta fornitrice di energia la venda a 150 lire/kWh (pari a € 0,0774).

Soluzione

Cominciamo col calcolare il coefficiente termico della rispettiva macchina di Carnot:

(1) $$\varepsilon_c = 1 - \frac{0.001}{293} = 0.999996587$$

In questo risultato bisogna stare attenti troncare le ultime quattro cifre, poiché sono proprio essere a rappresentare la parte significativa del numero.

Dalla forma analitica del 1° Principio sappiamo che, conservandosi l'energia, allora:

(2) $$L = Q_1 - Q_2 \rightarrow Q_2 = Q_1 - L = \frac{L}{e_c} - L = L(\frac{1}{e_c} - 1) = (1.000003413 - 1)$$

Nella (2) ci rendiamo conto dell'importanza che avevano le ultime 4 cifre del coefficiente economico, infatti essendoci la differenza di due numeri molto vicini quelle cifre sono significative.
Dalla (2) si può quindi calcolare il lavoro minimo necessario per estrarre 1 kJ di calore dalla cella frigorifera:

(3) $$L_{\min} = \frac{Q_2}{(\frac{1}{e_c} - 1)} = \frac{1kJ}{(1.000003413 - 1)} = 1kJ \cdot 292999 = 292999kJ$$

Tenendo conto del valore assoluto dell'energia assorbita e del fatto che l'energia stessa viene pagata 150 lire/kWh, possiamo calcolare il costo, essendo:

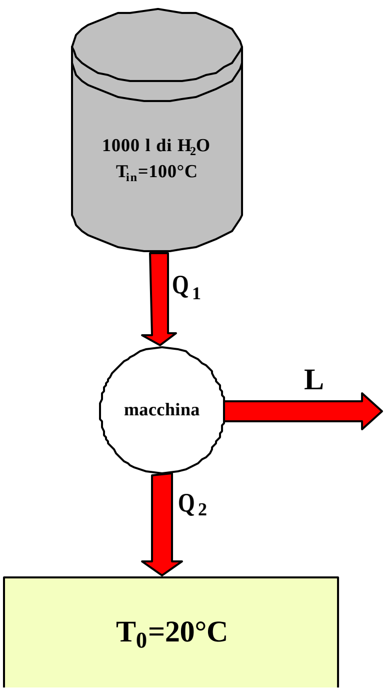
(4) $$1KWh = 1KW \cdot 1h = 1KW \cdot 3600s = 1\frac{KJ}{s}3600s = 3600kJ$$

Quindi il costo è:

(5) $$C = 150\frac{lire}{kWh} \cdot \frac{292999}{3600}kWh = 12208 \text{ lire (pari a € 6,30)}$$

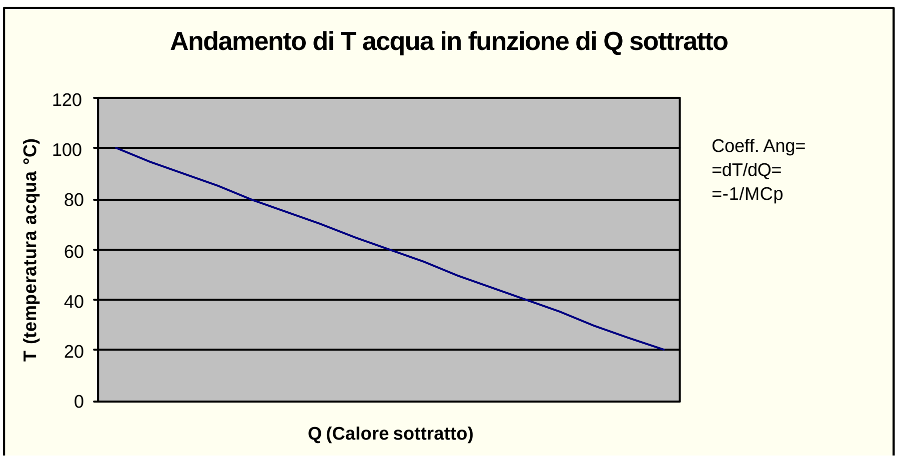
Nel caso in questione molta importanza ha anche il rivestimento della cella frigorifera in quanto le spese per mantenere la temperatura costante dipendono direttamente dal tempo che ci mette il calore sottratto ad attraversare le pareti della cella. Infatti se la spesa di € 6,30 all'ora è sostenibile, diversamente sarebbe se il calore immediatamente riconfluisse nella cella, procurando così una spesa di € 6.30 al secondo o anche di più.
Poiché questo esercizio è stato risolto utilizzando il coefficiente termico di una macchina di Carnot operante tra le temperature T_1 e T_2, ossia quella con il coefficiente economico massimo, il lavoro sfruttato dalla macchina è effettivamente il minimo possibile, quindi in condizioni reali si potranno avere solamente macchine che utilizzino un lavoro maggiore od uguale, **mai minore**.

Esercizio 6



Dato un bidone di 1000 l di acqua alla temperatura iniziale T_{in}=100°C e a pressione P=1 BAR e supponendo di avere una macchina termica che lavora tra il bidone e l'ambiente a T_0=20°C.

Calcolare il valore massimo del lavoro L_{max} compiuto dalla macchina.



Soluzione 1° modo

Nel grafico qui sopra si può vedere come vari la temperatura dell'acqua in funzione della quantità di calore sottratto, secondo la relazione

(1) $$Q = MC_p(T_{in} - T)$$

Quindi la quantità di calore che l'acqua cede alla macchina, portandosi a temperatura T_0=20°C è:

(2) $$Q_1 = MC_p(T_{in} - T_0) = 1000Kg \cdot 4.187 \frac{kJ}{kg \cdot K}(100 - 20)K \cong 335MJ$$

A questo punto potremmo considerare la macchina come di Carnot, calcolarne il coefficiente economico e poi calcolare il lavoro compiuto, ma sarebbe **errato** perché in questo caso il coefficiente economico della macchina (e quindi anche il suo rendimento) cala in maniera non lineare. Un ragionamento del genere porterebbe a trovare:

(3) $$\varepsilon_c = 1 - \frac{T_0}{T_{in}} = 1 - \frac{293}{373} = 0.21 \Rightarrow L_{\max} = \varepsilon_c Q_1 = 0.21 \cdot 335MJ = 71.84MJ$$

dobbiamo quindi calcolare il coefficiente ε_c tenendo conto del fatto che la temperatura dell'acqua varia continuamente, ossia dobbiamo calcolare ε in funzione di T, per T che va da T_{in} a T_0:

(4) $$\varepsilon_c(T) = 1 - \frac{T_0}{T}$$

Nella (4) abbiamo quindi espresso ε_c "localmente", quindi possiamo calcolare anche l'espressione "locale" del lavoro in funzione del calore:

(5) $$dL = \varepsilon_c dQ \Rightarrow dL = -(1 - \frac{T_0}{T})MC_p dT$$

dove si è usata la derivata della (1) e la (4). Integrando membro a membro la (5) si ottiene:

(6) $$L = -MC_p \int_{Tin}^{T0} (1 - \frac{T_0}{T})dT = -MC_p(T_0 - T_{in}) + T_0 MC_p \ln(\frac{T_0}{T_{in}})$$

e ponendo nella (6) gli estremi di integrazione dai dati del problema (T_{in}=100°C, T_0=20°C) si ha il risultato:

(7) $$L_{\max} = 1000Kg \cdot 4.187 \frac{kJ}{kg \cdot K}\left[(100 - 20) - 293\ln(\frac{373}{293})\right]K = 38805.5kJ$$

Quindi utilizzando una macchina del genere abbiamo recuperato un'energia di 38805 kJ = 10.779 kWh ≅ 10 kWh, ma conviene costruire un impianto del genere?
Evidentemente no perché spendendo molto denaro recupererei solo l'equivalente somma di 0.0774 * 10 kWh = 0,77 € !!

Soluzione 2° modo

Un altro modo per risolvere il problema è applicare il principio di non diminuzione dell'Entropia dell'Universo. Sappiamo dalla teoria, infatti, che per un sistema isolato (Universo = Sistema + Ambiente) la variazione di entropia $\Delta S \geq 0$.
Poiché voglio calcolare la quantità massima di lavoro ottenibile da una simile macchina, devo imporre che $\Delta S_u = 0$ (ossia non ho produzione entropica e quindi non ho perdite di lavoro).
Applicato al sistema in esame, si ha:

(8) $$\Delta S_u = \Delta S_{amb} + \Delta S_{bidone} + \Delta S_{macchina} = 0$$

dove sappiamo che $\Delta S_{macchina}=0$ in quanto è una macchina reversibile, e

(9) $$\Delta S_{amb} = \frac{Q_2}{T_0} = \frac{Q_1 - L_{max}}{T_0}$$

(10) $$\Delta S_{bidone} = \int_{T_0}^{T_1} \frac{dQ_1}{T} = \int_{T_0}^{T_1} M \cdot C_p \cdot \frac{dT}{T} = -M \cdot C_p \cdot \ln \frac{T_1}{T_0}$$

poiché l'acqua contenuta nel bidone si raffredda e si ha quindi una diminuzione dell'entropia del bidone, mentre ovviamente l'ambiente riceve il calore Q_2 e quindi si riscalda, aumentando di entropia. Ponendo la (9) e la (10) nella (8) si ottiene:

(11) $$L = Q_1 - T_0 \cdot M \cdot C_p \cdot \ln(\frac{T_1}{T_0})$$

risultato perfettamente analogo alla (6).

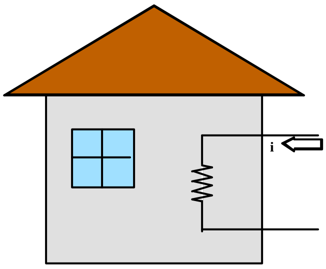
Riscaldamento delle abitazioni

Supponiamo di voler riscaldare una casa: mantenere la temperatura interna costante ad esempio a 20°C mentre quella esterna è più bassa (circa –5°C in Pianura Padana) implica il consumo di una certa quantità di energia. Lo studio di diverse soluzioni tecniche serve per trovare il metodo di riscaldamento più efficiente a parità di risultato, ossia il metodo che a parità di temperatura interna sia:

- più rapido
- più ecologico
- più economico (consumi meno energia)

Supponendo inoltre che il calore disperso dalle pareti dell'abitazione nell'unità di tempo sia 1 kWh, allora per mantenere costante la temperatura della casa bisogna fornirle un potenza costante di 1 kWh.
Questa potenza può essere fornita in almeno due modi.

Riscaldamento tramite resistenza elettrica



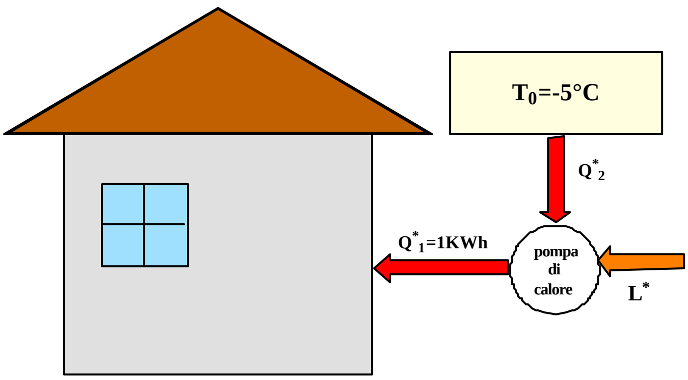
In questo modo la corrente circolante sulla resistenza interna alla casa disperde, per effetto Joule, una potenza pari a:

(1) $$\dot{Q}_1 = R \cdot i^2 = \left| \dot{L}_{elettr} \right|$$

che vuol dire che tutta la potenza ceduta alla casa sotto forma di calore per unità di tempo viene fornita dalla corrente, che ovviamente viene pagata. Anche se questo metodo ha un coefficiente economico unitario (se si trascurano le perdite sui conduttori), non è efficiente in quanto non è adoperabile per grandi ambienti né è economicamente vantaggioso, in quanto tutta la potenza viene pagata.
Se ad esempio supponiamo di tenere acceso il riscaldamento per 10 ore di seguito, consumeremmo un'energia di 10 kWh, che corrisponde a 1500 lire, che moltiplicate per 30 giorni sarebbero 45000 lire di corrente utilizzata solamente per il riscaldamento.
Quindi questa è una soluzione molto poco conveniente, a parte gli ovvi inconvenienti di avere un impianto totalmente dipendente dall'erogazione di corrente elettrica.

Riscaldamento con pompa di calore

E' un metodo di riscaldamento molto più efficiente sia del precedente sia di tutti i metodi a combustibile, che sta lentamente prendendo piede in Italia.



Lo schema di funzionamento qui a lato è molto semplice: la pompa di calore è una macchina che richiedendo dall'esterno una potenza L', permette di trasferire all'interno dell'abitazione la stessa potenza Q_1'=1 KW sottraendo al tempo stesso all'ambiente una quantità di calore Q_2 corrispondente alla potenza Q_2', secondo la relazione:

$$\dot{Q}_1 = \dot{L} + \dot{Q}_2$$

(2)

Paragonando la (2) con la (1) ci si rende subito conto del fatto che nel secondo caso il calore Q_1 è composto da due termini, un calore Q_2 (sottratto all'ambiente) ed un lavoro L (assorbito dalla macchina durante il suo funzionamento).
Ovviamente tanto maggiore è il calore Q_2 tanto minore sarà il lavoro L, tanto maggiore sarà dunque il risparmio che otterremo utilizzando tale macchina.
Prima di installare un apparecchio del genere (ancora molto costoso) sono d'obbligo alcune domande:

- è conveniente acquistarla, ossia il risparmio riuscirà a coprire il costo in tempo utile (minore della vita media dell'apparecchio)?
- quale impatto ambientale ha la macchina?

Il secondo quesito è di facile risposta: sottraendo calore all'ambiente (già fin troppo surriscaldato) non facciamo altro che un favore alla natura, quindi l'impatto ambientale è positivo sia in termini di consumo che di surriscaldamento.

Una pompa di calore è ottimizzata per funzionare con una temperatura esterna fino a 3°C, per temperature inferiori il rendimento della macchina diminuisce.
In zone molto fredde potrà comunque essere sempre integrata con caldaie o resistenze. Come si vede dalla cartina qui sotto, il territorio italiano è per legge diviso in tre grandi aree climatiche alle quali è assegnata una temperatura standard (-5°C per la Pianura Padana), e di conseguenza sono anche fissate le modalità di riscaldamento.

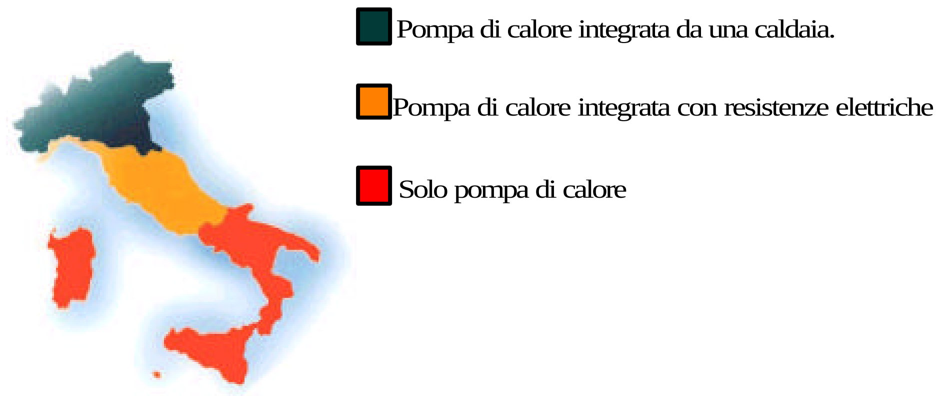


Figura 1. Divisione in aree climatiche del territorio nazionale.

Dal punto di vista teorico, il massimo coefficiente economico di una macchina operante tra le temperature –5°C e 20°C è dato dal coefficiente delle rispettiva macchina di Carnot:

(3)

$$\boldsymbol{e} = 1 - \frac{268}{293} = \frac{1}{11.7} \cong 0.0854$$

che è un coefficiente enorme, in quanto mi permette di affermare che utilizzando una macchina del genere, potrei consumare fino a 11.7 volte di meno rispetto al riscaldamento con resistenza elettrica a coefficiente unitario (a parità di risultato).
In realtà non è possibile arrivare fino a quel punto ma si riescono a fabbricare pompe di calore che consumano fino ad 1/5 dell'energia consumata dalle resistenze.

Come già detto il costo di simili apparecchiature è ancora molto elevato (intorno ai 20

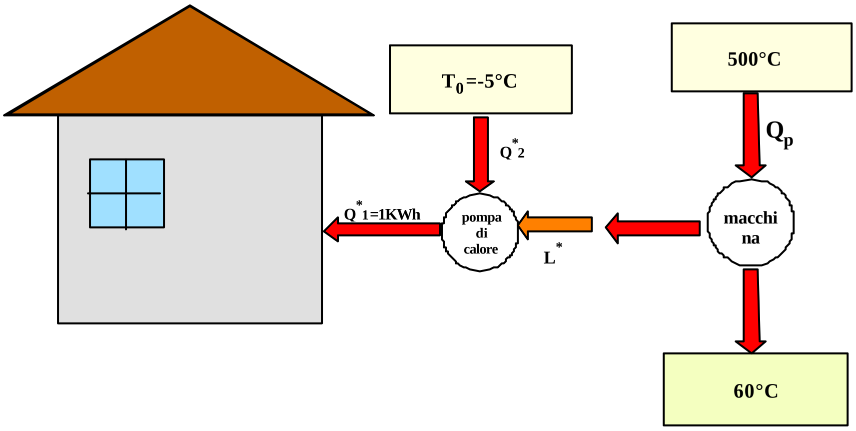


Figura 2. Schema di riscaldamento con Pompa di Calore e macchina ciclica in cascata.

milioni), anche perché essendo macchine funzionanti ad energia elettrica, la loro diffusione è disincentivata dalle alte tariffe elettriche.
Comunque nelle situazioni in cui possono essere applicate, queste macchine si dimostrano la soluzione vincente in quanto hanno una numerosa serie di vantaggi che ripagano ampiamente il costo:

1. rispetto dell'ambiente, in quanto le emissioni sono nulle
2. risparmio energetico che dipende direttamente dall'efficienza della macchina
3. può funzionare anche da climatizzatore nel periodo estivo
4. si risparmia su tutti quegli elementi collegati all'impianto di riscaldamento: camini, bollitori, tubature, caldaie

Un'ulteriore applicazione della pompa di calore è in combinazione con una macchina termica ciclica, come si vede dalla figura qui sopra.
In questa soluzione, vantaggiosa per le industrie che possiedono macchine termiche o caldaie, posso alimentare la pompa di calore direttamente con la corrente prodotta dalla macchina, è quindi avere un impianto completamente autosufficiente.
Una soluzione del genere è conveniente, in casi particolari, anche ai privati che utilizzando la pompa, evitano i grossi sprechi di energia determinati dalla circolazione di acqua calda nelle tubature dei termosifoni.
Considerando che la macchina termica lavora tra 500°C e 60°C avrà un coefficiente economico pari a:

(4) $$\boldsymbol{e}_p = 1 - \frac{333}{773} = 0.569$$

Quindi per produrre la potenza di 1/11.7 KW utilizzata in teoria dalla pompa di calore devo utilizzare un'energia pari a:

(5) $$Q_p = \frac{L}{\boldsymbol{e}_p} = \frac{1}{11.7 \cdot 0.569} \cong \frac{1}{6}$$

Riscaldo quindi la casa utilizzando solamente 1/6 dell'energia utilizzata dall'analogo impianto di riscaldamento che utilizza solamente resistenze elettriche.
In un impianto del genere si deve tenere conto dei costi aggiuntivi della macchina termica (acquisto,

manutenzione, pulizia, combustibile)

Da quanto visto, dunque, l'utilizzo di una pompa di calore risulta, nelle situazioni in cui può essere applicata, la soluzione ottima sia dal punto di vista del risparmio energetico che della salvaguardia ambientale.

Teleriscaldamento

Un sistema molto efficiente di riscaldamento è il cosiddetto teleriscaldamento (applicato in Italia per la prima volta a Brescia), il quale consiste nella centralizzazione del bruciatore.
Invece di avere tanti bruciatori, uno per ogni abitazione o condominio, si ha un piccolo numero di centrali di produzione di energia elettrica ed acqua calda tramite l'utilizzo di macchine termiche.

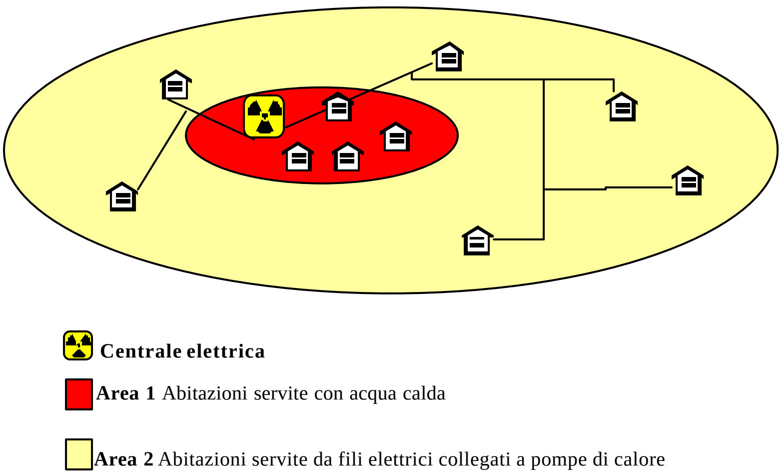


Figura 3. Schema di un impianto di teleriscaldamento.

Come si vede dallo schema, una o più centrali elettriche producono acqua calda e corrente, così da fornire la prima alle abitazioni più vicine (le quali risparmiando completamente sull'acquisto di impianti di riscaldamento la pagano ad un prezzo più elevato), mentre fornisce corrente elettrica alle abitazioni la cui distanza è tale da rendere inefficiente il trasporto dell'acqua in tubature sotterranee. Queste ultime utilizzano la corrente per far funzionare delle pompe di calore.
I vantaggi di avere un'unica centrale di produzione di energia sono ovvi:

- si minimizzano gli sprechi, poiché un'unica centrale è più facilmente monitorabile rispetto a tanti piccoli bruciatori
- si minimizza anche l'emissione di agenti inquinanti in quanto applicare filtri ad una grossa centrale è meno dispendioso che applicare filtri ai tanti piccoli bruciatori.

Il teleriscaldamento è efficiente però solo a livello comunale, in quanto la sua applicazione a livello nazionale non sarebbe tecnicamente possibile. L'accensione di tutti gli impianti di riscaldamento quasi contemporaneamente d'inverno produrrebbe dei picchi di richiesta di energia elettrica a cui difficilmente potrebbero rispondere le centrali.
Dal punto di vista tecnico, per quantificare le prestazioni di un impianto di teleriscaldamento si utilizzano due parametri, il

$$\text{CUP (Coefficiente Utilizzazione Combustibile)} = \frac{\text{energia utile}}{\text{energia di partenza}}$$

il quale dice l'efficienza della centrale energetica, come rapporto tra l'energia prodotta e quella contenuta nel combustibile, ed il

$$\text{COP (Coefficient Of Performance)} = \frac{\text{energia utile}}{\text{energia di funzionamento}}$$

relativo all'efficienza delle pompe di calore installate nelle abitazioni dell'area 2.

Supponiamo che il coefficiente economico della centrale sia ε=0.5, andando a calcolare il CUP, tenendo conto delle perdite (che limitano l'efficienza della centrale all' 85%), si ha:

(1) $$CUC = \frac{0.85 \cdot 0.5KJ + 0.5KJ}{1KJ} = 0.925$$

dove il termine 0.85*0.5 rappresenta l'energia che arriva alle abitazioni dell'area 1 sotto forma di acqua calda, mentre il secondo addendo 0.5 rappresenta l'energia elettrica prodotta dalla centrale; il tutto consumando una quantità di combustibile pari ad 1 kJ.
Se però l'elettricità prodotta viene utilizzata dalle abitazione dell'area 2 per alimentare le pompe di calore (supposte con COP=3) si ha:

(2) $$0.5 \cdot COP = 0.5 \cdot 3 = 1.5$$

e quindi abbiamo un CUC totale uguale a 1.925, ossia abbiamo quasi dimezzato il consumo di combustibile rispetto al consumo che attualmente si ha con i tradizionali impianti di riscaldamento.